

**UNIVERSITA' di PISA**

**Scuola di Dottorato in Ingegneria "Leonardo da Vinci"**



***Corso di Dottorato di Ricerca in Scienze e Metodi per la Città ed il  
Territorio Europei***

**STUDI TEORICI PER LA STABILITA'  
DI AMMASSI ROCCIOSI COLTIVATI IN SOTTERRANEO**

**Relatori**

**Prof. Ing. Diego C. Lo Presti**

**Dott. Ing. Martino Leoni**

**Dott. Ing. Domenico Gullì**

**Candidato**

**Ing. Alessia Pierotti**

***Anno 2016***

## Sommario

I fenomeni di instabilità che si riscontrano negli scavi sotterranei a grandi profondità sono per lo più governati dalla resistenza dell'ammasso. Nell'ambito specifico del comprensorio estrattivo di Carrara, i livelli di resistenza riscontrati in laboratorio per la roccia intatta non trovano corrispondenza con le misure effettuate in sito per l'ammasso. L'effetto scala, comunemente ritenuto la causa principale di questo diverso comportamento, è sicuramente un fattore imprescindibile; ma nel caso di ammassi comunque resistenti e poco fratturati non giustificano pienamente un tale comportamento. L'analisi del processo di microfratturazione della roccia intatta permette di evidenziare un meccanismo che innesca invece un processo di indebolimento dell'ammasso apparentemente innocuo e difficilmente rilevabile in sito, con la formazione di piani deboli che, in seguito ad esempio a fenomeni di rotazione delle tensioni, possono provocare il collasso dell'ammasso. La minore resistenza riscontrata in sito rispetto a quella determinata in laboratorio può essere causata da un effetto di degrado subito in sito dalla roccia in seguito al processo di micro-fratturazione. L'applicazione dei parametri fragili di Hoek-Brown al caso particolare considerato sembra avvalorare un tale comportamento: il processo di fratturazione fragile della roccia è governato, nella fase iniziale, dalla componente coesiva della resistenza, la quale si riduce gradualmente a causa della propagazione di fratture di trazione, fino a che, raggiunto un certo livello di fratturazione, entra in gioco la componente attritiva della resistenza.

Nell'ambito della progettazione degli scavi sotterranei è stato fatto un semplice confronto tra metodi numerici e metodi empirici. Tra i metodi empirici disponibili in letteratura sono stati selezionati quelli che risultano applicabili alle coltivazioni del bacino di Carrara. Tali metodi presentano vantaggi indiscutibili, a fronte però di una certa restrizione dei margini progettuali che può essere superata mediante l'analisi numerica. Sempre nell'ambito della modellazione numerica, la simulazione del comportamento dell'ammasso roccioso richiede l'assunzione di un idoneo modello numerico di calcolo e la corretta scelta dei parametri necessari, pur avendo presente che la funzione del modello numerico non è quella di simulare la realtà ma di effettuare velocemente calcoli relativi ad un modello concettuale schematico. E' stato quindi realizzato un modello 3D piuttosto semplice, mediante i codici di calcolo PLAXIS e 3DEC, al fine di confrontare i due relativi approcci di modellazione, il metodo degli elementi finiti (FEM) ed il metodo degli elementi distinti (DEM). I risultati ottenuti hanno permesso di evidenziare l'importanza di una corretta stima dei parametri da utilizzare. La loro scelta è apparsa assolutamente non scontata, anche a fronte di una buona caratterizzazione geomeccanica e del buon livello di conoscenza che si ha per gli ammassi rocciosi del comprensorio di Carrara, affinché i risultati ottenibili possano essere ritenuti realmente rappresentativi ed utilizzabili per delle corrette scelte progettuali.

## Introduzione

I fenomeni di instabilità che interessano gli scavi sotterranei in ammassi rocciosi possono essere di due tipi: di tipo gravitativo o fenomeni di instabilità dovuti al raggiungimento della resistenza massima sopportabile dall'ammasso stesso. I primi si verificano qualora lo scavo vada ad intercettare le discontinuità naturali dell'ammasso formando dei cunei di roccia labili che possono crollare per gravità. Tali fenomeni si esplicano principalmente in presenza di basse tensioni di sollecitazione con la caduta di porzioni di roccia e risulta quindi fondamentale determinare la geometria dell'ammasso e la posizione di eventuali superfici di discontinuità rispetto al fronte di scavo. Nella progettazione che interessa affioramenti rocciosi superficiali l'intensità delle tensioni in gioco raramente comporta la rottura di porzioni di roccia intatta. Negli scavi a grandi profondità e comunque in ambienti fortemente sollecitati, i fenomeni di instabilità sono più frequentemente governati dalla resistenza dell'ammasso. Il presente lavoro si riferisce a quest'ultimo tipo di instabilità ed è focalizzato nello specifico sugli ammassi rocciosi del comprensorio estrattivo di Carrara, dove da secoli si estrae un pregiato marmo ornamentale nelle sue diverse varietà merceologiche.

La ricerca è stata svolta in collaborazione con l'Unità Operativa di Ingegneria Mineraria della Azienda USL1 di Massa-Carrara che ha finanziato il progetto. Le misure dello stato tensionale effettuate nel corso degli anni nel bacino di Carrara hanno evidenziato la presenza di sforzi sollecitanti di natura non puramente litostatica. Nel Capitolo 2 sono state analizzate e riportate le possibili cause che possono appunto alterare lo stato tensionale in situ, nonché le principali tecniche di misura dello stato di sforzo. Numerose sono inoltre le campagne di indagine, condotte negli anni da diversi autori, per la caratterizzazione geomeccanica del marmo di Carrara, cosicché la roccia intatta risulta ormai pienamente caratterizzata. L'analisi dei dati di laboratorio e le evidenze sperimentali riscontrate in situ hanno però messo in luce un diverso comportamento del marmo a seconda della scala del problema considerato: alla piccola scala la matrice rocciosa si presenta omogenea e dalle buone caratteristiche di resistenza, alla grande scala invece gli ammassi del bacino di Carrara presentano delle soglie di resistenza nettamente più basse e la rottura è di tipo fragile. A fronte di una matrice rocciosa omogenea, i marmi di Carrara costituiscono quindi, a larga scala, un ammasso roccioso discreto, con un grado di fratturazione da basso a medio. Dato un così diverso comportamento, risulta fondamentale per la corretta progettazione e/o valutazione di un piano di coltivazione mineraria la scelta di un opportuno criterio di resistenza e dei relativi parametri. Diversi criteri di resistenza sono condizionati da una serie di limitazioni, quali ad esempio la sovrastima della resistenza a trazione della roccia, soprattutto per gli inviluppi che esprimono bassi valori dell'angolo di attrito, o l'inadeguatezza a descrivere la progressiva riduzione dell'angolo di attrito con l'aumentare dello stato tensionale considerato. Per questo motivo si rende necessaria un'approfondita analisi del comportamento dell'ammasso in esame al fine di poter effettuare scelte adeguate per quanto riguarda le procedure di analisi e successivamente per una corretta interpretazione dei risultati. I tentativi di applicare tali criteri agli ammassi del comprensorio di Carrara hanno portato scarsi risultati, mostrandosi o troppo conservativi o, ancora peggio, poco cautelativi. Lo stato tensionale nel medesimo comprensorio è in genere caratterizzato da un rilevante sforzo deviatorico in condizioni di basso confinamento. I criteri di resistenza convenzionalmente utilizzati nella meccanica delle rocce, si basano su dati sperimentali ricavati per ampi intervalli di variazione della pressione di confinamento e quindi, spesso, non sono adatti a cogliere e a caratterizzare il particolare comportamento dell'ammasso in corrispondenza di un specifico intervallo di sollecitazione.

Nell'ambito specifico della ricerca, partendo dal processo di microfratturazione della roccia intatta, si è cercato di capire il perché tali criteri, ampiamente utilizzati in ambito tecnico-scientifico, non risultano direttamente applicabili per gli ammassi in oggetto. Mossi da tali presupposti si è arrivati all'applicazione del criterio di Hoek-Brown, ben noto ed ampiamente utilizzato nell'ambito della meccanica delle rocce, utilizzando i cosiddetti parametri fragili. L'applicazione di tali parametri è piuttosto innovativa nell'ambito degli scavi minerari, mentre trova più ampia applicazione nell'ambito delle gallerie civili, ma l'analisi del processo di rottura della roccia ha confortato il tentativo di applicare tali parametri nell'ambito dell'estrazione di cava portando a buoni risultati. Tali parametri considerano un processo di rottura governato inizialmente dalla perdita di coesione che innesca un processo di fratturazione della roccia: i parametri resistenti, coesione ed angolo di attrito non contribuiscono simultaneamente alla resistenza dell'ammasso ma l'attrito interviene praticamente solo nel momento in cui la roccia si è fratturata diventando priva della componente coesiva.

Per quanto riguarda la progettazione di scavi sotterranei, l'obiettivo è quello di ottenere un valore accettabile del fattore di sicurezza considerando tutti i molteplici fattori che possono avere un ruolo importante nello raggiungimento delle condizioni di rottura, quali il comportamento meccanico della roccia, lo stato di sollecitazione in situ, la geometria dello scavo, la presenza di fratture e piani di discontinuità, gli spostamenti ed il rilascio tensionale indotto dagli scavi.

I metodi disponibili per la progettazione di scavi sotterranei sono di due tipi: empirici o numerici. I primi consistono in semplici formule che esprimono la resistenza di un pilastro in funzione della sua geometria e

della resistenza della roccia. Esse derivano da operazioni di analisi retrograda sulla base dei casi reali di rottura di pilastri registrati in diversi bacini estrattivi. Le formule empiriche disponibili in letteratura sono molteplici ma molte sono state ricavate in ambiti molto differenti da quello del comprensorio estrattivo di Carrara, sia per quanto riguarda le caratteristiche meccaniche dei materiali che le geometrie delle camere e dei pilastri. Per questo è stato necessario fare una accurata analisi e selezione delle diverse formule empiriche. L'analisi delle suddette formule ne ha evidenziato le potenzialità, soprattutto considerando che sono facilmente applicabili e richiedono la conoscenza di pochi dati di input. Dall'altra parte però, le semplici analisi numeriche svolte hanno permesso di capire quanto possano essere ampliati i margini progettuali in tale ambito. Le suddette analisi sono state effettuate sia in ambiente bidimensionale che tridimensionale con il codice di calcolo agli elementi finiti PLAXIS.

Lo sviluppo di un piano di coltivazione mineraria in sotterraneo richiede l'assunzione di un modello di calcolo che possa simulare opportunamente il comportamento dell'ammasso roccioso. La modellazione numerica, suffragata da misure sperimentali in situ e test di laboratorio, risulta un valido supporto per i progettisti e per la valutazione di diverse soluzioni operative. La scelta dell'approccio di modellazione è fondamentale affinché l'esito dell'analisi sia effettivamente attendibile e deve essere dettata da opportune considerazioni basate sulle caratteristiche dell'ammasso roccioso e sul problema che si vuole analizzare. In generale è necessario scegliere tra un approccio di tipo continuo, nel quale le caratteristiche della roccia intatta saranno opportunamente scalate (continuo equivalente) o discontinuo, con la discretizzazione in blocchi dell'ammasso con le relative discontinuità. Il Capitolo 5 riporta un confronto diretto tra modellazione continua e discontinua. Partendo da una ipotetica cavità sotterranea contenuta all'interno di un ammasso roccioso interessato da più piani di discontinuità, si è passati alla realizzazione del modello DEM mediante il codice di calcolo agli elementi distinti 3DEC (Itasca) ed al modello FEM mediante il codice agli elementi finiti PLAXIS 3D. Nella modellazione discontinua sono stati fedelmente riprodotti tutti i piani di discontinuità ipotizzati ed è stato impiegato il criterio di Mohr-Coulomb sia per la roccia intatta che per le discontinuità, utilizzando i dati di laboratorio e le informazioni reperibili in letteratura. Mediante PLAXIS 3D è stato invece realizzato un modello continuo equivalente in cui si rinuncia alla modellazione fedele di tutti i piani di discontinuità ed i parametri della roccia intatta vengono opportunamente ridotti per tenere conto dell'indebolimento subito dall'ammasso proprio a causa della presenza delle discontinuità. I risultati dei due modelli sono stati così confrontati sia in termini di tensioni che di spostamenti.

# Indice

Sommario .....	2
Introduzione .....	3
1. IL MARMO DI CARRARA.....	7
1.1 L'Attività Estrattiva e le Tecniche di Coltivazione nel bacino di Carrara .....	7
1.2 Caratterizzazione geomeccanica del Marmo di Carrara .....	9
1.3 Le Misure dello Stato Tensionale nelle Cave di Carrara .....	11
2. LO STATO TENSIONALE NEGLI AMMASSI ROCCIOSI.....	13
2.1. Approcci semplificati e dati di letteratura.....	13
2.2. Variabilità dello sforzo naturale .....	15
2.2.1. Effetti gravitazionali (topografia) .....	15
2.2.2. Effetti tettonici .....	17
2.3. La Misura dello Stato Tensionale .....	19
2.3.1. Metodi di Pressurizzazione.....	19
2.3.1.1 Martinetto piatto.....	19
2.3.1.2 Fratturazione idraulica .....	22
2.3.2. Metodi del Sovracarotaggio .....	25
2.3.2.1 CSIR Doorstopper .....	25
2.3.2.2 Cella USBM .....	26
2.3.2.3 Cella triassiale CSIRO .....	28
3. LA FRATTURAZIONE DELLA ROCCIA.....	31
3.1 Dalla Microfratturazione alla Rottura della Roccia Intatta.....	31
3.2 Gli effetti delle dimensioni del provino sulla propagazione della fratturazione .....	32
3.3 Criteri di Resistenza per Ammassi Rocciosi .....	34
3.4 I parametri Fragili di Hoek-Brown .....	36
3.4.1 Applicazione dei parametri fragili al Marmo di Carrara .....	37
4 METODI EMPIRICI PER LA PROGETTAZIONE DI SCAVI SOTTERRANEI .....	40
4.1 Il Fattore di Sicurezza di un Pilastro .....	40
4.2 Le Sollecitazioni nei Pilastri .....	43
4.2.1 Il metodo dell'Area Tributaria .....	43
4.3 Formule Empiriche per la Progettazione di Pilastri in Rocce Resistenti.....	45
4.3.1 Analisi Numeriche e Metodi Empirici: i Parametri Fragili di Hoek-Brown .....	48
4.4 La Resistenza di un Pilastro in base all'Indice RMR.....	51
4.5 La Rigidezza Locale della Cava Sotterranea .....	52
5. ANALISI NUMERICHE .....	53
5.1 I Criteri di resistenza utilizzati nelle analisi.....	53
5.1.1 Il Criterio di Mohr-Coulomb .....	53

5.1.2 Il Criterio di Hoek Brown .....	54
5.1.3 Il criterio di Tresca .....	57
5.2 Analisi Numeriche agli Elementi Finiti .....	58
5.2.1 Analisi bidimensionali: PLAXIS 2D .....	59
5.2.2 Analisi tridimensionali: PLAXIS 3D .....	71
5.3 Confronto tra Analisi Numeriche FEM e DEM di Cavità Sotterranee .....	74
5.3.1 Modellazione DEM: geometria e parametri utilizzati .....	74
5.3.2 Modellazione FEM: geometria e parametri utilizzati .....	76
5.3.3 Analisi e confronto .....	78
5.3.4 Risultati.....	86
6. Conclusioni .....	88
7. APPENDICE A _ La Fratturazione della roccia in Compressione: Applicazione dello Sliding Crack Model..	90
8. Bibliografia.....	97

## 1. IL MARMO DI CARRARA

Il bacino marmifero di Carrara è situato nella parte nord-occidentale della Toscana, nelle Alpi Apuane. Da millenni vi si estrae il cosiddetto “Marmo di Carrara”, ma il grande incentivo allo sfruttamento c'è stato negli ultimi due secoli, con l'impiego della polvere da mina per le varate (ovvero per l'abbattimento di intere porzioni di monte) e successivamente del filo elicoidale per il taglio del marmo.

Il termine “Marmo di Carrara” è un termine generico ampiamente utilizzato nella pratica corrente e che verrà spesso riportato nel presente lavoro. In realtà esso include molteplici varietà merceologiche: la più conosciuta e rappresentativa è sicuramente quella del Bianco di Carrara, ma si trovano anche Arabescati, il Bianco Statuario, lo Statuario Venato, il Bardiglio e altri ancora, per citare solo quelli più noti, che si distinguono per caratteristiche estetiche e merceologiche.

L'attività estrattiva nel bacino di Carrara ha profondamente modificato il paesaggio fino a diventarne l'elemento caratterizzante. La catena Apuana ha natura prevalentemente carbonatica e le sue cime superano anche i 1700 m s.l.m. (Monte Sagro, 1749 m). I versanti sono caratterizzati da ripide pareti verticali, con pendenze medie del 50-60%, separati da strette e profonde valli. La morfologia accidentata che caratterizza il paesaggio alle maggiori altitudini diventa invece omogenea e regolare al di sotto dei 1000 m. Gli affioramenti di roccia sono per lo più calcareo-dolomitici. La granulometria dei cristalli varia dai 100 agli 800  $\mu\text{m}$ , con strutture cristalline da granoblastiche (caratterizzate da cristalli dai contorni ben definiti e regolari e dall'assenza di deformazioni plastiche) a xenoblastiche (caratterizzate da granulometria disomogenea e profilo dei grani irregolare).

### 1.1 L'Attività Estrattiva e le Tecniche di Coltivazione nel bacino di Carrara

Nei bacini situati ad Est (Fivizzano, Minucciano, Vagli), le estrazioni sono cominciate solo agli inizi del secolo mentre nelle zone di Carrara, Massa e della Versilia l'attività estrattiva risale all'epoca romana. Nello specifico le cave di Carrara, situate a monte dell'omonima città, vengono suddivise in quattro sotto-bacini estrattivi: Pescina-Boccanaglia, Torano, Fantiscritti e Colonnata. Le cave sono situate generalmente al di sotto dei 1200 m s.l.m. I tagli artificiali, le cosiddette “tecchie”; ovvero le alte pareti verticali ed infine gli accumuli detritici derivanti dagli scarti delle lavorazioni ne caratterizzano il paesaggio. L'attività estrattiva è ovviamente guidata principalmente da motivi di carattere economico, cui concorrono gli aspetti qualitativo-estetici del marmo, ma anche aspetti tecnici quali la giacitura dell'affioramento ed il volume utile estraibile, considerando blocchi idonei alla segazione. Quest'ultimo in modo particolare è strettamente interconnesso con la fratturazione dell'ammasso. Nella coltivazione delle cave e nella scelta dei nuovi fronti di scavo si fa riferimento in genere a tre orientazioni di piano: il verso, il contro ed il secondo. Il verso fa riferimento al piano principale di scistosità del marmo; il contro è perpendicolare al precedente ed in questa direzione si riscontrano infatti le maggiori difficoltà ad ottenere piani di distacco regolari, ed infine il secondo, che è una via di mezzo tra i due e si riesce ad ottenere buoni piani di distacco con l'impiego di mezzi meccanici o di esplosivo.

Allo stato attuale i cantieri di escavazione sono dotati di elevata meccanizzazione (tagliatrici a catena e/o a filo diamantato, pale gommate, escavatori cingolati e camion a tre o 4 assi) consentendo la scelta della geometria di avanzamento dello scavo ed un aumento notevole del rendimento e della velocità di esecuzione delle operazioni. I metodi di scavo si distinguono a seconda del volume da estrarre e della tecnica impiegata. Per l'escavazione di piccole masse nelle cave che presentano già la tipica conformazione a gradoni, contraddistinti ciascuno da un fronte verticale e da un piano superiore, si procede generalmente nell'apertura di un canale nel fronte, per consentire il taglio del blocco a monte della bancata, da effettuarsi con filo diamantato o tagliatrice a catena. Il masso così isolato verrà poi ribaltato su un letto di detrito con l'aiuto di martinetti o cuscini idraulici oppure grazie al braccio dell'escavatore o alla benna della pala gommata. In alternativa, una volta isolata una porzione di bancata con i tagli a filo, è possibile utilizzare la polvere nera opportunamente inserita nei fori per far scivolare il blocco di marmo sul piano di cava. In questo modo si possono ottenere blocchi di maggiori dimensioni. Per l'escavazione di masse ancora più grandi è necessario ricorrere all'impiego di una o più cariche di esplosivo, imprimendo la spinta all'ammasso precedentemente isolato mediante i tagli. In genere si procede in questo modo quando si vuole mettere in sicurezza una zona sottotecchia, situata al di sotto di un versante particolarmente acclive ed in presenza di materiali poco pregiati.

Le cave si distinguono tra:

- Cave a cielo aperto (Figura 1)
- Cave in sotterraneo (Figura 2)
- Cave in sottotecchia

Le complesse geometrie di scavo che si riscontrano nel bacino estrattivo di Carrara non sempre rispondono alle buone pratiche di escavazione mineraria. Infatti l'avanzamento della coltivazione è il frutto di diversi fattori quali le caratteristiche dell'ammasso, sia strutturali (si scava dove possibile) che giacimentologiche (si scava laddove si trova materiale pregiato), ma anche i limiti delle concessioni allo scavo. Le cave a cielo aperto rappresentano il tipo più diffuso nel bacino di Carrara in quanto questo tipo di coltivazione risulta essere il più produttivo. Gli scavi in sotterraneo richiedono ovviamente tutta una serie di accorgimenti che fanno aumentare i costi di gestione, come gli impianti di illuminazione e di aerazione ed il sistema di allontanamento delle acque e dei materiali di risulta.



*Figura 1 – Cava di Gioia, bacino di Colonnata (2014)*



*Figura 2 – Esempio di cava in sotterraneo*



## 1.2 Caratterizzazione geomeccanica del Marmo di Carrara

L'Unità Operativa di Ingegneria Mineraria (Azienda USL 1 Massa e Carrara), ente finanziatore del presente lavoro, ha seguito e promosso nel corso degli ultimi 15 anni molteplici campagne di indagine su differenti tipi di marmo bianco di Carrara, fornendo la base del comportamento meccanico della roccia intatta, sintetizzato in Tabella 1 ed in Tabella 2.

$\sigma_c$ [MPa]	$\sigma_t$ [MPa]	$\tau$ [MPa]	c [MPa]	$\Phi$ [°]	m [-]	s [-]
100±20	8±3	20±5	20±2	37±3	8.5±2	1

Tabella 1 – Caratteristiche meccaniche medie del marmo di Carrara (dati forniti dalla UOIM, USL 1 Massa Carrara)

$v_p$ [m/s]	$v_s$ [m/s]	$E_{din}$ [GPa]	$E_t$ [GPa]	$E_s$ [GPa]	$\nu$ [-]	$e_t$ [μm/m]	$e_c$ [μm/m]
3000±300	6000±600	70±10	65±15	60±15	0.25±0.15	2000±200	500±100

Tabella 2 - Caratteristiche meccaniche medie del marmo di Carrara (dati forniti dalla UOIM, USL 1 Massa Carrara)

Cava		Ravaccione Fantiscritti	Carrara	Carrara		
				x	y	z
Sovraccarico medio	[m]	440	760			
	$\gamma$ [N/m <sup>3</sup> ]	26500		27170	27170	27170
	$k_1 = \sigma_2 / \sigma_1$	0.59				
	$k_2 = \sigma_3 / \sigma_1$	0.33				
UCS roccia intatta	$\sigma_c$ [Mpa]	99.65	84.70	101.4	96.6	101
Resistenza a trazione (Resistenza a Trazione Diretta o Fratturazione Idraulica)	$\sigma_t$ [Mpa]		25.8 (HF)	8.4	9.9	6.9
Resistenza a Trazione (Prova Brasiliana)	$\sigma_t$ [Mpa]		6.11	11.5	9.8	9.9
Modulo di Young Tangenziale	$E_t$ [Gpa]	61.14	52.80	67	62.1	59.4
Modulo di Young Tangenziale a trazione	$E_t$ [Gpa]			59.5	60.6	39.9
Modulo di Young Secante	$E_s$ [Gpa]	39.037				
Rapporto di Poisson Tangenziale	$\nu_t$	0.25	0.23	0.28	0.28	0.27
Rapporto di Poisson Secante	$\nu_s$	0.136				
Modulo di Deformazione Dinamico	$E_{dyn}$ [GPa]		68.50	66	64.9	62.4
Rapporto di Poisson Dinamico	$\nu_{dyn}$			0.34	0.34	0.31
Coesione	[MPa]	28	24.60	16.7	25.7	23.1
Angolo di Attrito	$\Phi$ [°]	32	33.60	42.4	33.3	37.8
Resistenza a taglio della roccia intatta (per $\sigma_n=3.5$ MPa)	$\tau$ [Mpa]			18.2	18.5	15.2
RMR	RMR	61				
RMR (in assenza di acqua)		66				
GSI		56				
GSI (in assenza di acqua)	GSI	61				
CRITERIO DI RESISTENZA DI HOEK-BROWN						
	GSI	61	63-67			
	$\sigma_{ci}$ [Mpa]	99				
	$m_i$	9	5.94	12.5	6.95	8.09
	D	0				
	s	0.01	0.02	1	1	1
	a	0.50				
	$m_b$	2.24	1.70			

Tabella 3 – Alcuni parametri meccanici riferiti al Marmo di Carrara reperiti in letteratura

In Tabella 1 ed in Tabella 2 è:

$\sigma_c$  = resistenza a compressione uniassiale;

$\sigma_t$  = resistenza a trazione;

$\tau$  = resistenza a taglio;

$c$  = coesione da involucro di rottura Mohr-Coulomb su roccia intatta;

$\Phi$  = angolo d'attrito interno da involucro di rottura Mohr-Coulomb su roccia intatta;

$m, s$  = parametri della roccia intatta per l'involucro di rottura di Hoek-Brown;

$v_p, v_s$  = velocità delle onde elastiche rispettivamente di pressione e di taglio;

$E_{din}$  = modulo di Young dinamico;

$E_t$  = modulo di Young tangente;

$E_s$  = modulo di Young secante;

$\nu$  = coefficiente di Poisson;

$e_l, e_c$  = deformazioni di picco rispettivamente assiali e circonferenziali da prova di compressione semplice.

La Tabella 3 riporta alcuni dei parametri relativi al marmo di Carrara reperiti in letteratura (Ferrero et al., 2013) (Ferrero et al., 2009) (Cravero et al., 2002), (Cravero et al., 2003).

In Tabella 4, in Tabella 5 ed in Tabella 6 è riportata invece la caratterizzazione meccanica di alcune discontinuità reperite tra i dati di letteratura. La Tabella 4 riporta la caratterizzazione delle discontinuità rilevate nelle cave di Ravaccione e Fantiscritti, nel bacino di Miseglia a Carrara (Ferrero et al., 2013). Tali dati verranno poi ripresi ed utilizzati per le analisi numeriche riportate nel Capitolo 5. I dati riportati in Tabella 5 fanno riferimento ad una cava situata vicino alla cerniera dell'anticlinale di Pianza (Cravero et al., 2002). I valori dell'angolo di attrito e della coesione indicati con il pedice "p" fanno riferimento ai valori di picco, quelli con il pedice "r" ai valori residui e  $\Phi_b$  rappresenta l'angolo di attrito di base. Le caratteristiche riportate in Tabella 6 costituiscono dati di laboratorio ottenuti da prove di taglio su discontinuità artificiali (Cravero et al., 2003).

	System	Dip [°]	Dip Direction [°]	JRC	JCS	JKN [MPa]	JKS [MPa]	$\Phi_b$ [°]	$\Phi$ [°]	C [MPa]
Ravaccione (Carrara)	K1	88	359	4-6	96.5	40000	19000	32.3	45	11.2
	K2	54	105	3-5	88.4					
	K3	80	54	2-4	41.5					

*Tabella 4 – Caratteristiche geometriche e meccaniche delle principali discontinuità rilevate nelle cave di Ravaccione e Fantiscritti (Carrara)*

	$\Phi_p$ [°]	$c_p$ [Mpa]	$\Phi_r$ [°]	$c_r$ [MPa]	$\Phi_b$ [°]
Pianza (Carrara)	34	0.71	34	0.51	32

*Tabella 5 – Caratteristiche meccaniche delle discontinuità rilevate in una cava situata vicino al culmine dell'anticlinale di Pianza (Carrara)*

	$\Phi_p$ [°]	$c_p$ [Mpa]	$\Phi_r$ [°]	$c_r$ [Mpa]
Carrara	36	0.7	36	0.5

*Tabella 6 – Caratterizzazione di discontinuità artificiali su provini di marmo di Carrara*

Con riferimento ai parametri meccanici sopra riportati occorre sottolineare che l'incertezza inerente i parametri caratteristici da utilizzare per le verifiche, i modelli e le valutazioni tecniche sulla stabilità di ammassi rocciosi dev'essere affrontata con il maggior numero possibile di osservazioni sperimentali, che devono talora essere estese alle fasi di realizzazione dell'opera quando risulti conveniente il ricorso ad un metodo di progettazione di tipo osservazionale; l'incerto geologico deve essere in ogni caso affrontato, in mancanza di dati provenienti da una robusta sperimentazione relativa allo specifiche condizioni del sito ed alla specifica scala in esame, ricorrendo a ipotesi cautelative e analisi parametriche. Ad esempio in Tabella 4 e in Tabella 6 sono riportati valori di un parametro determinante come la coesione che discendono rispettivamente da un'analisi numerica di tipo parametrico e da prove dirette su discontinuità non naturali. Il primo valore si riferisce ad un caso di

analisi specifico e simula di fatto la presenza di ponti di roccia all'interno di un ammasso roccioso che altrimenti sarebbe attraversato da faglie pluridecametriche completamente lisce e persistenti; il secondo valore, pur essendo di tipo sperimentale, è riferito a fratture non naturali ed è stato utilizzato ai fini della classificazione comparativa di diversi litotipi e non già ai fini della caratterizzazione finalizzata alle verifiche di stabilità. E' ben noto infatti come per le verifiche di sicurezza di tipo cinematico, non potendo agevolmente determinare in situ il valore reale di persistenza, vengono prese in considerazione discontinuità prive di coesione o con coesione valutata in modo parametrico.

### 1.3 Le Misure dello Stato Tensionale nelle Cave di Carrara

Il comprensorio estrattivo di Carrara fa parte del complesso metamorfico apuano. La fase deformativa di tipo estensionale che ha interessato l'orogenesi delle Alpi Apuane risulta essere ancora attiva (Cortopassi et al., 2016), in base alle rilevazioni degli indicatori cinematici sulle faglie presenti in diversi siti. La stima dello stato tensionale agente presso alcuni siti estrattivi del Comune di Carrara ha infatti rilevato la presenza di sforzi di natura non litostatica. Il marmo di Carrara è stato oggetto, oltre ad una intensa campagna di caratterizzazione finalizzata alla determinazione dei parametri geomeccanici, anche ad una campagna di misure in sito finalizzata proprio alla stima dello stato di sollecitazione ad opera della Unità Operativa di Ingegneria Mineraria (U.O.I.M) USL 1 di Carrara. Le tecniche impiegate e testate sono diverse, come la tecnica della fratturazione idraulica o, tra i metodi del sovracarotaggio, la cella Doorstopper o la cella CSIRO. Le suddette misure, effettuate in diversi siti estrattivi, hanno evidenziato, laddove erano chiaramente riscontrabili fenomeni di concentrazione delle sollecitazioni (stress driven failure), soglie di stress inferiori a quelle indicate in letteratura ( $\sigma_1 - \sigma_3 = 0.4\sigma_c$ ) come crack initiation threshold (Diederich, 1999). Alla luce delle determinazioni sperimentali relative al marmo di Carrara, tale soglia scende ad un valore di circa  $0.2\sigma_c$  per cui viene assunto:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 0.2\sigma_c = 20 \pm 4 \text{ MPa} \quad [1.1]$$

Questa soglia deviatorica empirica è il frutto quindi delle analisi e delle determinazioni effettuate nel corso degli ultimi dieci anni dalla UOIM in diversi siti estrattivi del bacino di Carrara. Le relative misure dello stato tensionale sono riportate in Figura 3, in cui è inoltre indicato il criterio di rottura espresso dalla [1.1].

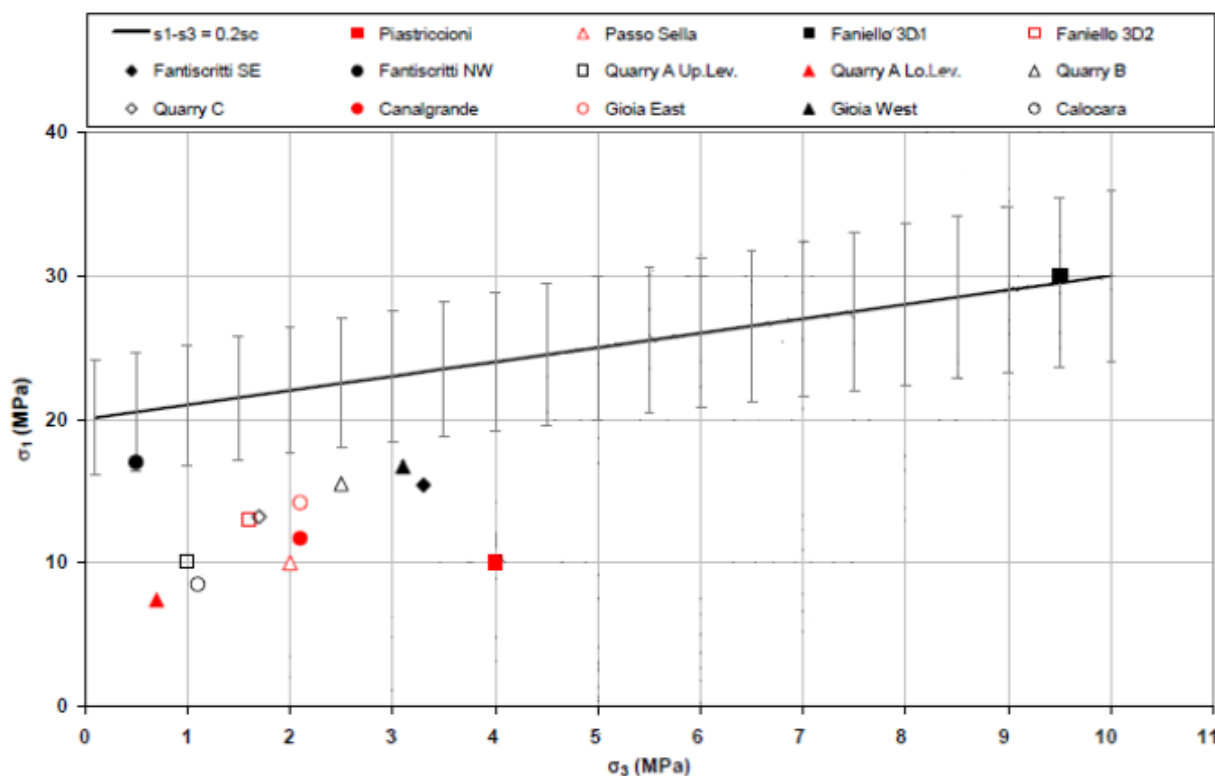


Figura 3 – Misure di tensione effettuate in diverse cave del bacino estrattivo di Carrara ed inviluppo di rottura proposto dalla U.O.I.M (Gulli e Pellegrini, 2013)

L'area evidenziata nella stessa figura a ridosso dell'inviluppo indica il margine da considerare in relazione alla variabilità della resistenza a compressione  $\sigma_c$  del marmo, pari a 20 MPa, come indicato in Tabella 1. Le osservazioni svolte in sito hanno evidenziato come, in quei casi in cui sono stati raggiunti i livelli di sollecitazione indicati dalla [1.1], erano evidenti i segni di incipiente collasso per cui si è reso necessario

sospendere le lavorazioni estrattive. In tutti gli altri casi analizzati in cui i livelli tensionali rilevati sono al di sotto di tale soglia, non è stata rilevato alcun problema di instabilità. Allo stato attuale non sono stati rilevati siti estrattivi in cui agiscano livelli tensionali superiori a quelli indicati. Pertanto, per gli ammassi rocciosi del bacino di Carrara viene assunto che la soglia di inizio fratturazione sia governata dallo sforzo deviatorico agente (Gulli e Pellegrini, 2013) ed il relativo livello critico di innesco delle instabilità è quindi all'incirca uguale alla resistenza a taglio  $\tau$  ed al 20% circa della resistenza a compressione  $\sigma_c$  della roccia intatta (Tabella 1).

Si noti il fatto che il criterio di resistenza adottato dalla UOIM e descritto dalla [1.1] può essere ricondotto al criterio di Tresca (1864), tipicamente usato in geotecnica come criterio di rottura in termini di sforzi totali in condizioni non drenate. Considerando infatti 10 MPa quale valore della coesione non drenata  $c_u$ , il criterio di Tresca diventa proprio:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2c_u = 20 \text{ MPa} \quad [1.2]$$

## 2. LO STATO TENSIONALE NEGLI AMMASSI ROCCIOSI

Lo stato tensionale agente su un ammasso roccioso è determinato da uno stato di sollecitazione naturale (spesso indicato semplicemente come sollecitazione in situ) e da un eventuale stato di sollecitazione indotto. L'ammasso roccioso indisturbato è soggetto ad uno stato di sforzo principalmente dovuto al peso degli strati sovrastanti, ma anche alle strutture geologiche (a scala locale e regionale), agli sforzi tettonici all'interno della crosta terrestre, alle sollecitazioni residue e a quelle termiche. Quando lo stato di sollecitazione naturale viene modificato applicando azioni aggiuntive o modificando la distribuzione delle forze esistenti in seguito ad un intervento quale, ad esempio, la realizzazione di un vuoto nella massa rocciosa o di un'altra opera di ingegneria, si parla di stato di sollecitazione indotto. In seguito a tale intervento lo stato di sollecitazione naturale viene localmente modificato e la massa rocciosa deve raggiungere una nuova condizione di equilibrio. L'analisi e la conoscenza dello stato tensionale in situ sono strettamente correlate allo sviluppo di progetti di gallerie ed opere in sotterraneo, in quanto la stabilità dello scavo dipende dall'entità e dall'orientazione delle tensioni. Lo stato di sforzo in un ammasso roccioso può variare significativamente anche tra zone limitrofe, a causa del carattere eterogeneo, discontinuo ed anisotropo dell'ammasso stesso. I fattori principali che governano intensità e direzione delle tensioni principali in situ sono di due tipi: gravitativi e tettonici. Un'analisi più approfondita di questi fattori verrà affrontata nelle sezioni successive.

### 2.1. Approcci semplificati e dati di letteratura

Lo stato di sforzo in un ammasso roccioso è fortemente influenzato dalla profondità del punto considerato. Un criterio molto comune per descrivere lo stato di sollecitazione in un punto dell'ammasso roccioso situato ad una certa profondità  $z$  fa riferimento alla cosiddetta "ipotesi litostatica", secondo cui lo stato tensionale è definito da due componenti: una componente verticale ed una componente orizzontale. La tensione verticale è data dalla pressione esercitata dagli strati sovrastanti il punto considerato:

$$\sigma_1 = \sigma_v = \rho g z \quad [2.1]$$

essendo  $\rho$  la densità del materiale,  $g$  la forza di gravità ( $9.8 \text{ m/s}^2$ ) e  $z$  la profondità o lo spessore dello strato considerato. La sua entità è dell'ordine di  $0.027 \text{ MPa/m}$ , ossia circa  $1 \text{ MPa}$  ogni  $40 \text{ m}$  ma ovviamente il suo valore preciso dipende dalla densità della roccia costituente l'ammasso e dalla presenza di eventuali sovraccarichi. La presupposta relazione di proporzionalità tra la tensione verticale in situ e la profondità è confortata da numerose osservazioni dirette, ma non sempre è riscontrabile nella realtà a causa di forze di attrito generate dalla presenza di superfici di discontinuità pseudo verticali o comunque di materiali con diverse caratteristiche a contatto tra loro.

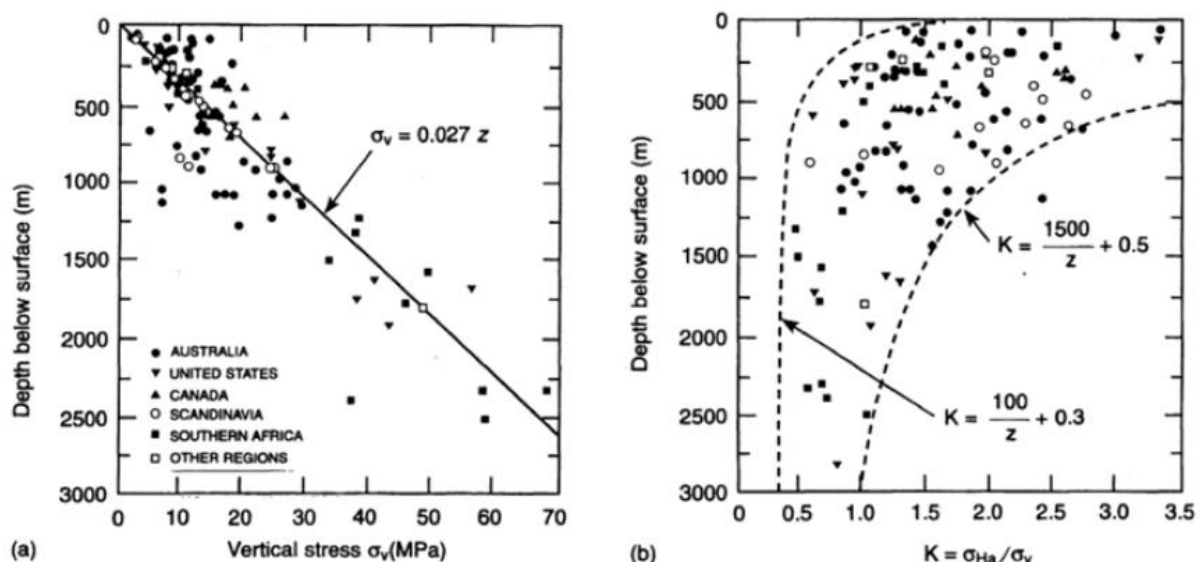


Figura 4 - Andamento: (a) della componente verticale dello sforzo  $\sigma_v$ ; (b) del rapporto  $K = \sigma_v / \sigma_{(H+h)/2}$  in funzione della profondità (Amadei e Stephansson, 1997)

Nella Figura 4(a) è riportata una raccolta di dati reali da cui si evince come la stima di  $\sigma_v$  di cui sopra sia corretta ma solo come regressione lineare e si può notare come, a causa della dispersione dei risultati, non manchino situazioni in cui la tensione verticale reale differisca di molto rispetto a quella stimata.

References	Variation of vertical stress $\sigma_v$ (MPa) with depth $z$ (m)	Location and depth range (m)
Herget (1974)	$(1.9 \pm 1.26) + (0.0266 \pm 0.0028)z$	World data (0–2400)
Lindner and Halpern (1977)	$(0.942 \pm 1.31) + (0.0339 \pm 0.0067)z$	North America (0–1500)
Brown and Hoek (1978)	0.027z	World data (0–3000)
McGarr and Gay (1978)	0.0265z	World data (100–3000)
Herget (1987)	0.026z–0.0324z	Canadian Shield (0–2200)
Arjang (1989)	$(0.0266 \pm 0.008)z$	Canadian Shield (0–2000)
Baumgärtner <i>et al.</i> (1993)	$(0.0275–0.0284)z$	KTB pilot hole (800–3000)
Herget (1993)	0.0285z	Canadian Shield (0–2300)
Sugawara and Obara (1993)	0.027z	Japanese Islands (0–1200)
Te Kamp, Rummel and Zoback (1995)	$(0.0275–0.0284)z$	KTB hole (0–9000)
Lim and Lee (1995)	$0.233 + 0.024z$	South Korea (0–850)

Figura 5 - Espressioni per la stima delle componenti delle sollecitazioni verticali con la profondità (Amadei e Stephansson, 1997)

References	Variation of $\sigma_H$ , $\sigma_h$ , $\sigma_{Ha}$ (MPa) and K with depth $z$ (m)	Location and depth range (m)
Voight (1966a)	$\sigma_{Ha} = 8.0 + 0.043z$	World data (0–1000)
Herget (1974)	$\sigma_{Ha} = (8.3 \pm 0.5) + (0.0407 \pm 0.0023)z$	World data (0–800)
Van Heerden (1976)	$K_{Ha} = 0.448 + 248/z$ ( $r = 0.85$ )	Southern Africa (0–2500)
Worotnicki and Denham (1976)	$\sigma_{Ha} = 7.7 + (0.021 \pm 0.002)z$ ( $r = 0.85$ )	Australia (0–1500)
Haimson (1977)	$\sigma_H = 4.6 + 0.025z$ $\sigma_h = 1.4 + 0.018z$ ( $r = 0.95$ )	Michigan Basin (0–5000)
Lindner and Halpern (1977)	$\sigma_{Ha} = (4.36 \pm 0.815) + (0.039 \pm 0.0072)z$	North America (0–1500)
Brown and Hoek (1978)	$K_{Ha}$ varies between $0.3 + 100/z$ and $0.5 + 1500/z$	World data (0–3000)
Aytmatov (1986)	$(\sigma_H + \sigma_h)$ between $9.5 + 0.075z$ and $5.0 + 0.058z$	World data (mostly former USSR) (0–1000)
Li (1986)	$\sigma_{Ha} = 0.72 + 0.041z$ ; $K_{Ha}$ between $0.3 + 100/z$ and $0.5 + 440/z$	China (0–500)
Rummel (1986)	$K_H = 0.98 + 250/z$ ; $K_h = 0.65 + 150/z$	World data (500–3000)
Herget (1987)	$\sigma_{Ha} = 9.86 + 0.0371z$ $\sigma_h = 33.41 + 0.0111z$ $K_{Ha} = 1.25 + 267/z$ $K_H = 1.46 + 357/z$ $K_h = 1.10 + 167/z$	Canadian Shield (0–900) (900–2200) (0–2200)
Pine and Kwakwa (1989)	$\sigma_H = 15 + 0.028z$ $\sigma_h = 6 + 0.012z$	Carmenellis granite Cornwall, UK (0–2000)
Arjang (1989)	$\sigma_H = 8.8 + 0.0422z$ $\sigma_h = 3.64 + 0.0276z$ $\sigma_{Ha} = 5.91 + 0.0349z$	Canadian Shield (0–2000)
Baumgärtner <i>et al.</i> (1993)	$\sigma_H = 30.4 + 0.023z$ ; $\sigma_h = 16.0 + 0.011z$ $\sigma_h = 1.75 + 0.0133z$	KTB pilot hole (800–3000) Cajon Pass hole (800–3000)
Sugawara and Obara (1993)	$\sigma_{Ha} = 2.5 + 0.013z$	Japanese Islands (0–1200)
Hast (in Stephansson, 1993)	$\sigma_H = 9.1 + 0.0724z$ ( $r = 0.78$ ) $\sigma_h = 5.3 + 0.0542z$ ( $r = 0.83$ )	Fennoscandia overcoring (0–1000)
Stephansson (1993)	$\sigma_H = 10.4 + 0.0446z$ ( $r = 0.61$ ) $\sigma_h = 5 + 0.0286z$ ( $r = 0.58$ ) $\sigma_H = 6.7 + 0.0444z$ ( $r = 0.61$ ) $\sigma_h = 0.8 + 0.0329z$ ( $r = 0.91$ ) $\sigma_H = 2.8 + 0.0399z$ ( $r = 0.79$ ) $\sigma_h = 2.2 + 0.0240z$ ( $r = 0.81$ )	Fennoscandia Leeman–Hiltscher overcoring (0–700) Leeman-type overcoring (0–1000) Hydraulic fracturing (0–1000)
Te Kamp, Rummel and Zoback (1995)	$\sigma_H = 15.83 + 0.0302z$ $\sigma_h = 6.52 + 0.01572z$	KTB hole (0–9000)
Lim and Lee (1995)	$\sigma_{Ha} = 1.858 + 0.018z$ ( $r = 0.869$ ) $\sigma_{Ha} = 2.657 + 0.032z$ ( $r = 0.606$ )	South Korea overcoring (0–850) Hydraulic fracturing (0–250)

Figura 6 - Espressioni per la stima delle componenti delle sollecitazioni orizzontali con la profondità (Amadei e Stephansson, 1997)

La tensione orizzontale, secondo l'ipotesi litostatica, è data da:

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_H = K\sigma_v \quad [2.2]$$

Assumendo l'ammasso roccioso come un continuo equivalente omogeneo, isotropo e linearmente elastico, una espressione spesso utilizzata in letteratura per il coefficiente K è:

$$K = \frac{\nu}{1-\nu} \quad [2.3]$$

essendo  $\nu$  il coefficiente di Poisson pari al rapporto tra la deformazione trasversale  $\varepsilon_r$  e la deformazione longitudinale  $\varepsilon_l$ .

$$\nu = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_l} \quad [2.4]$$

Tale espressione del coefficiente K secondo Terzaghi e Richart (1952) è limitata a quegli ammassi rocciosi costituiti da strati sedimentari mai sottoposti a carichi elevati di natura non litostatica e con caratteristiche di deformabilità isotrope. Il valore del coefficiente di Poisson varia in genere tra 0.15 e 0.35. È inoltre necessario sottolineare che l'assunto di isotropia tensionale sul piano xy situato ad una certa quota z non sempre trova un riscontro nella realtà, in quanto le due componenti principali orizzontali massima ( $\sigma_H$ ) e minima ( $\sigma_h$ ) mostrano spesso differenze di intensità non trascurabili. Come riscontrato per la  $\sigma_v$ , anche le componenti orizzontali mostrano a loro volta un andamento lineare crescente in funzione della profondità ma con gradienti molto variabili (0.011÷0.073 MPa/m) ed intercette non nulle in corrispondenza di  $z=0$ . Il grafico di Figura 4(b) riporta una serie di valori del coefficiente K misurati in sito: in prossimità della superficie è possibile osservare una certa dispersione dei valori mentre in profondità le osservazioni si concentrano all'interno di un campo di valori più ristretto. Le equazioni riportate nella medesima figura e proposte da Brown e Hoek (1978) descrivono il fuso all'interno del quale si concentrano la maggior parte di questi valori. A profondità elevate tali equazioni forniscono un valore di K compreso tra 0.3 e 0.5. Si riportano inoltre alcune delle espressioni reperibili in letteratura per la stima delle componenti orizzontali  $\sigma_H$ ,  $\sigma_h$  (Figura 6) e della componente verticale  $\sigma_v$  (Figura 5) in funzione della profondità per diverse parti del mondo. L'uso pratico delle suddette relazioni dovrebbe essere limitato ai casi di superficie topografica regolare, tenendo presente che i dati sperimentali sono spesso in disaccordo con le previsioni delle correlazioni empiriche a causa dei numerosi fattori naturali che incidono sullo stato di sollecitazione in situ e quindi il ricorso a misure dirette è in molti casi preferibile se non necessario.

## **2.2. Variabilità dello sforzo naturale**

### **2.2.1. Effetti gravitazionali (topografia)**

Nel caso in cui non agiscano altre forze esterne, lo stato tensionale è dovuto unicamente alle forze gravitazionali. Secondo l'ipotesi litostatica precedentemente descritta, lo sforzo geostatico gravitativo si esplica in componenti principali di sollecitazione verticali ed orizzontali ma l'applicabilità di tale ipotesi, come già precedentemente evidenziato, è limitata ai casi in cui il profilo del terreno segue un andamento piuttosto regolare o comunque a profondità così elevate tali da non risentire delle eventuali irregolarità morfologiche della superficie. Il gradiente della tensione gravitazionale verticale di 0.027 MPa/m è quindi valido per zone con topografia piana o comunque poco accidentata, dove le direzioni delle tensioni principali sono la verticale e l'orizzontale.

Nelle zone superficiali le tensioni possono subire delle modifiche causate dagli effetti topografici e differenze di altezza non trascurabili danno luogo a distribuzioni non uniformi delle forze. Nelle zone montuose, direzione e intensità delle tensioni sono governate dalla morfologia del rilievo. Infatti, su una superficie libera, sia essa naturale o meno, non possono agire sforzi di taglio ed essa sarà pertanto un piano principale di tensione. Una delle tensioni principali sarà pertanto diretta ortogonalmente alla superficie e sarà nulla, mentre le altre due agiranno rispettivamente nel piano contenente la superficie stessa. Nelle valli profonde questo effetto topografico è molto marcato e porta allo sviluppo di anisotropie tensionali a causa dell'elevata intensità degli sforzi che si concentrano nel piano del pendio. Tensioni elevate dovute a cause topografiche sono state riscontrate soprattutto nei versanti di valli con profondità superiore a 500 m e inclinazione superiore a 25° o in versanti di valli in rocce tenere con profondità superiore ai 300 m.

Recentemente, una iniziativa interessante riguarda la compilazione della World Stress Map (Figura 7) che raccoglie dati provenienti da tutto il mondo riguardanti l'attuale stato di sollecitazione nella crosta terrestre. Si tratta di un progetto che vede la collaborazione di diversi enti provenienti sia dal mondo accademico che industriale, con il fine di caratterizzare il modello sollecitante della crosta terrestre e di comprendere le fonti delle sollecitazioni tettoniche. Tale progetto ha avuto inizio nel 1986 nell'ambito dell'International Lithosphere Program sotto la guida di Mary Lou Zoback, mentre successivamente, dal 1995 al 2008, è stato curato dalla Heidelberg Academy of Sciences and Humanities. Dal 2009 esso viene sviluppato all' Helmholtz Centre

Potsdam – GFZ German Research Centre for Geosciences. La versione più recente del database risale al 2008 e comprende 21750 registrazioni di dati di sollecitazione.

Le informazioni raccolte nella World Stress Map provengono da molteplici fonti che possono essere raggruppate in:

- *Meccanismi focali dei terremoti* L'analisi dei meccanismi focali permette, a partire dai sismogrammi, di capire che tipo di movimento è avvenuto durante un determinato terremoto, quindi come si è mossa l'area in risposta alla deformazione tettonica, in relazione al tipo di faglia che l'ha generata.
- *Borehole breakouts* Il metodo del Borehole breakout consiste nell'analizzare la forma della sezione orizzontale di un foro e l'orientazione di eventuali fratture (breakouts) che si creano lungo le pareti di un foro verticale in seguito al superamento della resistenza meccanica della roccia dovuto all'azione degli sforzi naturali agenti. La sezione orizzontale del foro infatti, a causa della formazione delle fratture, tende ad assumere un profilo ellittico con l'asse maggiore orientato in direzione parallela alla sollecitazione orizzontale minima e asse minore orientato secondo la direzione della componente di sollecitazione massima.
- *Misure di sollecitazione in sito (sovracarotaggio e fratturazione idraulica, borehole slotter)* Il metodo del borehole slotter si basa sul concetto del rilascio tensionale locale in seguito alla realizzazione di un intaglio semicircolare sulla parete del foro di sondaggio. Dalla misura delle deformazioni indotte nelle vicinanze dell'intaglio si risale allo stato di sollecitazione. Per le tecniche di sovracarotaggio e della fratturazione idraulica si rimanda ai successivi paragrafi.
- *Dati geologici più recenti (ricavati dall'analisi dello scorrimento delle faglie e dall'allineamento delle bocche dei vulcani)*

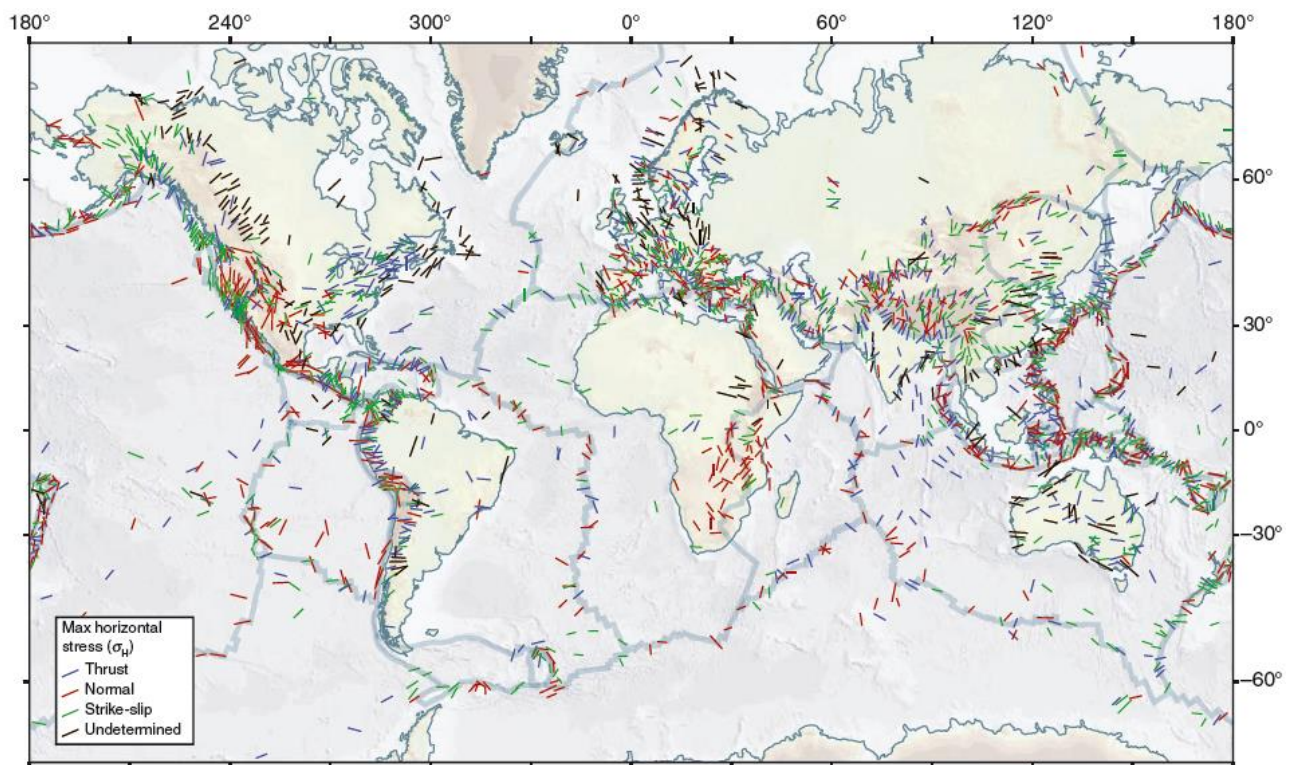


Figura 7 - World Stress Map (Fossen, 2012)

Tutti questi dati, provenienti dalle diverse fonti da tutto il mondo, sono stati messi assieme, raggruppati e classificati in un database compatto, in relazione alla loro attendibilità, seguendo delle procedure standardizzate. Questo sistema di classificazione è accettato a livello internazionale e garantisce l'affidabilità e la comparabilità globale dei dati. A ciascun dato viene quindi assegnato un indice di qualità variabile dalla lettera A (qualità maggiore) alla lettera E (qualità inferiore). Tale indice indica il margine di variabilità della direzione della sollecitazione principale  $S_H$ :  $\pm 15^\circ$  per la classe A,  $\pm 20^\circ$  per la classe B,  $\pm 25^\circ$  per la classe C e  $\pm 40^\circ$  per la classe D. Le classi di qualità vengono definite attraverso la deviazione standard di  $\sigma_H$ . La classe di qualità E indica dati scarsamente attendibili, di cui si hanno poche informazioni o comunque con una deviazione standard superiore a  $40^\circ$ . I dati relativi alle classi A, B e C vengono considerati attendibili per le analisi relative ai modelli di sollecitazione e per l'interpretazione dei processi geodinamici.



Il database, consultabile e scaricabile online al sito [www.world.stress-map.org](http://www.world.stress-map.org), fornisce non solo la direzione della tensione principale  $\sigma_H$  che viene riportata direttamente sulla stress map (Figura 7), ma contiene al suo interno anche informazioni relative ad esempio alla profondità delle misurazioni, all'intensità delle sollecitazioni e alla litologia.

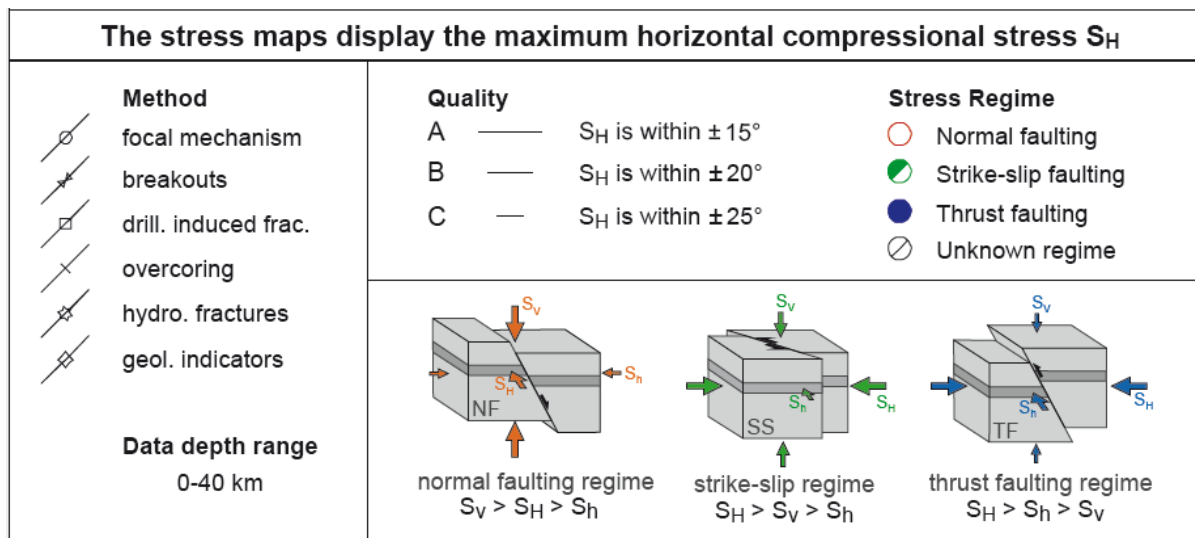


Figura 8 - Legenda della World Stress Map con indicazione dei diversi regimi tettonici possibili ([www.world-stress-map.org](http://www.world-stress-map.org))

Numerose mappe di sollecitazione relative a diverse regioni del mondo sono disponibili online con la possibilità di scaricarne direttamente i file, oppure è possibile creare una mappa specifica mediante il programma CASMO, acronimo di Create A Stress Map Online, con la possibilità di caratterizzarla secondo esigenze specifiche, ad esempio selezionando solo dei dati specifici, ad esempio quelli ricavati dall'analisi dei meccanismi dei terremoti oppure quelli relativi ad un dato intervallo di profondità.

Per quanto riguarda l'intensità delle sollecitazioni viene fatto riferimento alla notazione standard, considerando come positivi gli sforzi di compressione, con  $S_1 > S_2 > S_3$ , essendo  $S_1$  ed  $S_3$  rispettivamente la massima e la minima sollecitazione principale di compressione. I diversi regimi tettonici, seguendo la tradizionale classificazione di Anderson (Anderson, 1951), vengono suddivisi in:

- Regime distensivo (Normal-faulting regime) per cui  $S_v > S_H > S_h$
- Regime trascorrente (Strike-slip faulting) per cui  $S_H > S_v > S_h$
- Regime compressivo (Thrust faulting) per cui  $S_H > S_h > S_v$

a seconda di quale delle tre tensioni principali sia quella verticale e vengono indicati con diversi colori sulla World Stress Map (Figura 8).

## 2.2.2. Effetti tettonici

Le strutture geologiche sono lo specchio dell'attività tettonica passata e di quella ancora in atto. Le tensioni di origine tettonica costituiscono la fonte principale degli sforzi presenti nelle rocce. Tali tensioni possono esplicarsi in modi molto differenti, come terremoti, fratturazioni e spostamenti lungo superfici di faglia e sono la conseguenza delle forze che agiscono sulle placche litosferiche, responsabili dei meccanismi di subduzione e collisione in corrispondenza delle faglie trasformi. Gli sforzi di natura tettonica hanno componente prevalente nel piano orizzontale e sono indotti dalla continua deformazione delle placche crostali. Attraverso un'analisi geologica è possibile determinare le zone di crosta sottoposte a tali sforzi per poi successivamente stimare orientazione ed intensità degli stessi attraverso un'analisi strutturale.

Il progetto della World Stress Map (WSM), mediante l'analisi e l'interpretazione dei dati relativi all'intensità e all'orientamento delle sollecitazioni tettoniche nella litosfera, ha permesso di tracciare un modello globale relativo a tali sforzi andando all'interno del quale sono stati individuati tre regimi principali di sollecitazione:

- Regime di stress tettonico distensivo (normal-fault stress regime)
- Regime di stress tettonico trascorrente (strike-slip stress regime)
- Regime di stress tettonico compressivo (thrust-fault stress regime)

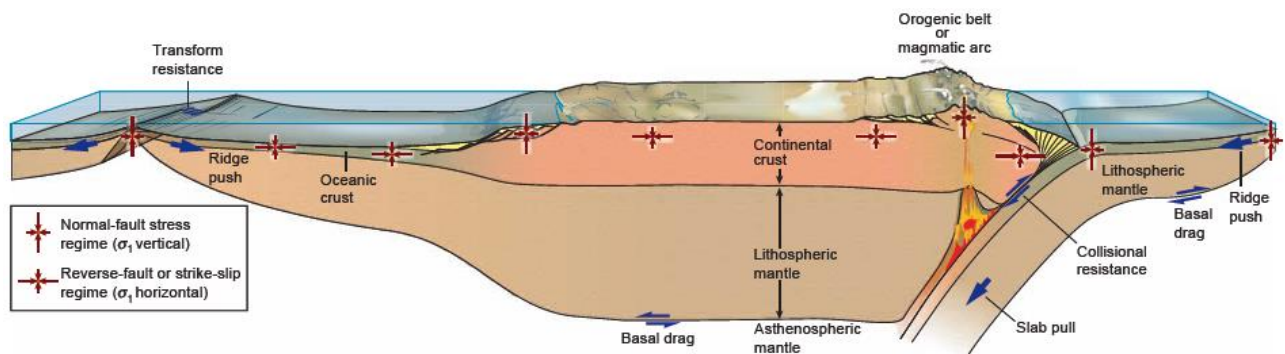


Figura 9 - Fenomeni tettonici ai margini delle placche con indicazione delle forze (vettori blu) e dei regimi di sollecitazione relativi (Fossen, 2012)

Il modello tensionale globale, definito da Zoback "modello del primo ordine" (Zoback, 1992), è governato direttamente dai processi tettonici che si verificano ai margini delle placche, in modo particolare da fenomeni quali (Figura 9):

- **Slab pull** Tale fenomeno riguarda generalmente la crosta oceanica e si verifica quando la placca penetra nel mantello sottostante generando una forza di trazione verso il basso. Questo movimento è giustificato dalla minore temperatura della placca che sprofonda (placca in subduzione), che si assume quindi essere più pesante del sottostante mantello.
- **Ridge Push** Si tratta della spinta della dorsale dovuta allo scivolamento gravitativo della litosfera giovane e più superficiale verso quella più vecchia e profonda. Essa è dovuta alla maggiore quota della dorsale oceanica rispetto al fondale circostante che causa quindi un aumento dell'energia potenziale gravitazionale.
- **Basal drag** Si tratta della resistenza per attrito o forze di taglio che agiscono alla base della litosfera.
- **Collisional resistance** Nella collisione tra due placche si generano delle forze di attrito tra di esse, in modo particolare tra le placche continentali.

Tra i fenomeni sopra riportati lo Slab pull ed il Ridge push rappresentano le principali fonti di sforzi di origine tettonica e sono quindi i più importanti fattori che caratterizzano il modello tensionale globale. Tale modello può subire localmente delle modifiche dovute a fenomeni di tipo gravitativo. È possibile quindi individuare un modello tensionale del secondo ordine (Zoback, 1992) causato da:

- Sovraccarichi dovuti a sedimenti e innalzamento locale della crosta in seguito allo scioglimento dei sovrastanti ghiacciai (glacial rebound) che originano sollecitazioni flettenti;
- Fenomeni di compensazione isostatica, dovuti alla presenza di zone con diversa densità all'interno o al di sotto della litosfera.
- Presenza di faglie deboli, come la faglia di Sant'Andrea che possono deviare il campo di stress (Figura 10). Infatti queste strutture, essendo più deboli rispetto alla roccia circostante sono quindi in grado di sostenere sforzi di taglio inferiori. Questa situazione è analoga a quella che accade in presenza di una superficie libera.

Infine è possibile considerare tra gli sforzi di natura tettonica anche quelli indotti da fenomeni di erosione e sovraconsolidazione, in quanto detti sforzi possono produrre riconoscibili elementi di deformazione (fratture). Le tensioni indotte nella litosfera da queste forze sono relativamente basse, dell'ordine dei 25 MPa, ma subiscono un effetto amplificatore a causa delle proprietà viscoelastiche della litosfera e dei lunghi tempi di applicazione (tempi geologici), arrivando anche al superamento della resistenza della roccia con conseguente sviluppo di deformazioni tettoniche. Le sollecitazioni tettoniche sono in genere uniformi su vaste aree, superiori ai 10.000 Km<sup>2</sup>. È comunque interessante notare che gli sforzi tettonici ai lati opposti di una regione non sono necessariamente uguali ed opposti: in tal caso è necessario introdurre una componente tagliante che ripristini l'equilibrio statico e questo può provocare una rotazione delle sollecitazioni principali. Quando cessa l'applicazione delle forze tettoniche esterne, le tensioni che permangono "memorizzate" nelle rocce vengono definite tensioni residue. Nella meccanica delle rocce vengono anche definite tensioni interne o "locked-in". In generale, è difficile distinguere tra sforzi geologici in atto e sforzi geologici residui solo sulla base dell'analisi della struttura geologica. Sebbene questa distinzione non sia molto importante dal punto di vista ingegneristico, lo è invece dal punto di vista geologico e geofisico. L'attuale stato di sollecitazione in una specifica area non sempre corrisponde alla struttura geologica che si può osservare: è infatti probabile che esso sia mutato durante gli eventi tettonici passati di impronta fragile o duttile (faglie, pieghe). Ciò evidenzia l'importanza della storia tensionale che può essere dedotta solo in parte dall'analisi cinematica. Le tensioni

residue sono legate ad un sistema equilibrato di forze di trazione e compressione contenute in un dominio che varia dalla micro-scala (grani e cristalli) alla macro-scala.

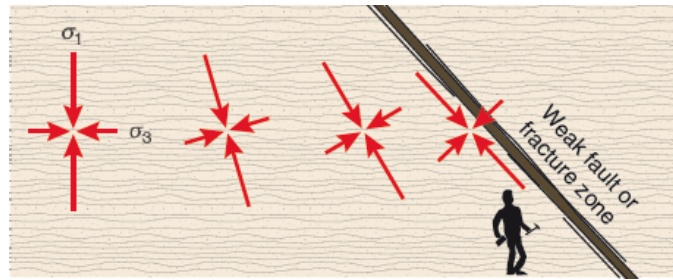


Figura 10 - Deviazione delle direzioni principali di sollecitazione nelle vicinanze di una faglia o di una frattura (Fossen, 2012)

La presenza di sollecitazioni e deformazioni residue presuppone l'esistenza di una energia di deformazione interna che può portare a situazioni di criticità sia per gli scavi a giorno che in sotterraneo. Si ritiene che gli sforzi residui siano i responsabili, almeno in parte, di fenomeni quali:

- sfogliatura superficiale e colpi di tensione , ovvero fenomeni di instabilità causati da forti concentrazioni delle sollecitazioni che si manifestano in genere con il distacco di frammenti rocciosi;
- sheet jointing, ovvero la formazione di una serie di superfici di discontinuità a cui non è associato alcun movimento relativo tra le parti, che possono essere sia piane che curvilinee che si estendono in profondità in modo pressoché parallelo alla superficie;
- movimenti dipendenti dal tempo di alcuni scavi.

## 2.3. La Misura dello Stato Tensionale

Lo stato di sollecitazione in un punto dell'ammasso roccioso può essere descritto analiticamente da un tensore del secondo ordine simmetrico avente 9 componenti, di cui solo 6 indipendenti: 3 componenti normali e 3 componenti tangenziali. La conoscenza dello stato tensionale in situ richiede la stima di questi 6 valori. Esistono tecniche che consentono di misurare le componenti normali, come il martinetto piatto, ma non è ancora stato trovato un metodo che consenta la misura diretta delle componenti tangenziali. I principali metodi di misura sono distinti in due categorie: i metodi di pressurizzazione o del ripristino delle tensioni (martinetto piatto, fratturazione idraulica) e i metodi del sovracarotaggio (overcoring) o della liberazione delle tensioni come il metodo Doorstopper, il metodo USBM e la cella triassiale CSIRO. I metodi di pressurizzazione consistono nell'iniezione di un fluido in pressione che causa la fratturazione della roccia o nella generazione di una dilatazione meccanica. I metodi del sovracarotaggio si basano invece sul principio teorico del rilascio tensionale e consistono nel liberare un certo volume di roccia dall'azione delle sollecitazioni agenti su di esso e nel misurare le conseguenti deformazioni. In questi metodi, l'ipotesi fondamentale è che il materiale sia elastico ed isotropo. Le tensioni si calcolano applicando la teoria dell'elasticità a partire dalle deformazioni misurate, dopo aver determinato in laboratorio il modulo di elasticità e il coefficiente di Poisson della roccia. Tali metodi verranno di seguito descritti più dettagliatamente. Il martinetto piatto consente di definire la tensione applicata in una sola direzione. Le celle USBM e le celle CSIR Doorstopper consentono invece di definire uno stato tensionale bidimensionale, stimando 3 componenti del tensore. La cella triassiale è la sola in grado di fornire tutte le sei componenti indipendenti del tensore degli sforzi in un punto con una sola prova.

### 2.3.1. Metodi di Pressurizzazione

#### 2.3.1.1 Martinetto piatto

Rappresenta una delle prime tecniche utilizzate nella meccanica delle rocce per la stima delle sollecitazioni in situ. Tale metodo permette di rilevare la sollecitazione in direzione parallela alla superficie della roccia in uno scavo. La realizzazione di superfici di scavo in roccia (cave, gallerie, pilastri etc.) compromette l'equilibrio dell'ammasso roccioso provocando deformazioni dell'ammasso stesso misurabili tramite estensimetri opportunamente predisposti. Tramite il martinetto è possibile ripristinare l'equilibrio originario e annullare tali deformazioni. Tale metodo richiede l'accesso diretto alla superficie su cui si vuole eseguire la prova, per cui risulta applicabile a profondità massime di 5-7 m. Le prime applicazioni risalgono ai primi anni '50. Al di là di qualche miglioramento dal punto di vista tecnologico, il metodo del martinetto piatto così come viene applicato oggi è essenzialmente lo stesso di 60 anni fa. La Figura 11 mostra schematicamente l'impostazione della

prova. Si considerano due o più coppie di punti fissi situati direttamente sulla superficie dello scavo e si misura accuratamente la distanza tra di essi. Tali capisaldi di misura vengono cementati in fori praticati nella roccia in genere mediante resine epossidiche. Viene successivamente praticata una fessura all'interno della roccia tra i due punti fissi: se la roccia è soggetta ad uno sforzo normale di compressione i due punti fissi tenderanno ad avvicinarsi. Le coppie di capisaldi di misura devono essere posizionate simmetricamente a cavallo dell'intaglio (la linea congiungente i singoli capisaldi di ciascuna coppia dovrebbe formare un angolo minore di  $3^\circ$  rispetto alla perpendicolare all'intaglio). La fessura può essere realizzata eseguendo una serie di fori circolari parzialmente sovrapposti (perforazione a cucitura) o tramite un disco diamantato: la prima soluzione risulta più adatta per l'esecuzione di fessure più profonde (oltre 1.5 m). Il martinetto piatto è costituito da due piatti metallici sottili saldati assieme lungo il bordo in modo da formare una tasca piatta di almeno  $0.1 \text{ m}^2$  di superficie ed è dotato di un tubo idraulico sporgente connesso ad un tubo idraulico flessibile e ad una valvola di sfiato. Particolare attenzione dovrebbe essere posta nell'esecuzione della saldatura lungo il bordo delle due lastre e intorno al tubo idraulico di immissione in modo da consentire al martinetto di espandersi, reversibilmente e senza perdite. In ogni caso la scelta della forma del martinetto dipende dal metodo utilizzato per praticare l'intaglio: quando, per praticare l'intaglio, vengono utilizzati dei fori sovrapposti, la scelta della forma del martinetto piatto deve essere effettuata tenendo presente la geologia e la spaziatura delle fratture (in genere viene scelta la forma rettangolare). Quando deve essere usata la tagliatrice a disco, il martinetto piatto deve avere forma di segmento circolare come quella della lama di taglio.

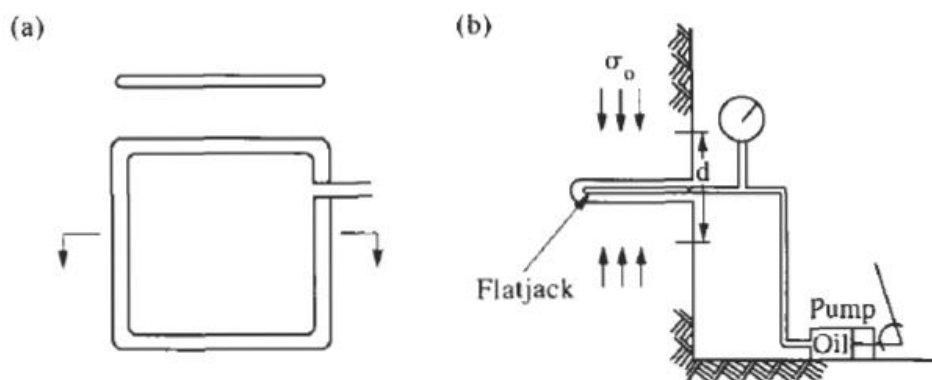


Figura 11 - (a) Martinetto piatto; (b) Configurazione tipo di una prova con il martinetto piatto (Hudson e Harrison, 1997)

Generalmente si preferisce praticare l'intaglio ad una profondità maggiore della dimensione del martinetto piano e collocare l'area di carico (martinetto) arretrata di 25 mm rispetto alla superficie della parete rocciosa. Ciò al fine di prevenire locali fratturazioni della roccia durante la pressurizzazione. Il martinetto viene così inserito all'interno della fessura, cementato (il cemento dovrebbe avere resistenza simile a quella della roccia in cui si stanno effettuando le misure) e successivamente pressurizzato con olio o acqua, mediante una pompa idraulica ad azionamento manuale o elettrico e connessa ad una valvola di non ritorno. I capisaldi tendono così a ritornare nella loro posizione iniziale. La distanza  $d$  fra i capisaldi viene determinata mediante idoneo misuratore di spostamento rimovibile che può essere di tipo meccanico od elettrico. La pressione viene aumentata gradualmente, con incrementi stabiliti in base all'entità delle misure di spostamento. Per ciascun incremento di pressione vengono registrate le letture della distanza dei capisaldi. La pressione dovrebbe essere incrementata finché la distanza fra i capisaldi non eguagli quella precedente l'apertura dell'intaglio. In ogni caso gli incrementi di pressione dovrebbero permettere un minimo di dieci letture sino alla massima pressione prevista. Si assume che la pressione esterna esercitata tramite il martinetto sulle pareti della fessura, necessaria per riportare i punti fissi nella loro posizione originaria, sia pari allo sforzo normale agente prima dell'esecuzione del taglio. Questa è l'ipotesi fondamentale del metodo. Tale assunzione può non essere propriamente corretta, soprattutto a causa degli effetti al contorno, ma questi possono essere presi in considerazione calibrando adeguatamente il martinetto. La Figura 12 riporta il percorso seguito dalla roccia da un punto di vista meccanico durante l'esecuzione di una misurazione: qui si assume che la roccia abbia un comportamento elastico (lineare o non) e che sia soggetta a compressione nella direzione perpendicolare a quella della superficie del martinetto. Nella Figura 12  $d_0$  rappresenta la distanza iniziale tra i due capisaldi mentre  $\sigma$  è la sollecitazione normale incognita. Come conseguenza del taglio della fessura, lo sforzo normale attraverso la fessura si riduce dal valore  $\sigma$  a 0 (superficie libera) e la distanza tra i due estensimetri si riduce di  $2\Delta d$  (in Figura 12 ciò corrisponde al passaggio dal punto iniziale A al punto B). La successiva

pressurizzazione del martinetto fino alla pressione  $p_c$  (pressione di ripristino) riporta i punti fissi alla loro posizione originaria.

Ogni misurazione permette di valutare la sollecitazione in una sola direzione, perciò, per determinare il tensore della sollecitazione è richiesto un minimo di sei misure in direzioni indipendenti; tuttavia generalmente vengono condotte delle prove supplementari in altra posizione per ottenere, in sede di interpretazione, una migliore stima dei risultati. È opportuno che le varie prove vengano condotte ad una distanza tale l'una dall'altra in modo che non ci siano interferenze. La procedura dettagliata per la determinazione delle sollecitazioni in situ con il martinetto piatto è stata proposta dall'ASTM (American Society for Testing of Materials) (ASTMD4729-87, 1993) e dall'ISRM (International Society for Rock Mechanics), (Kim e JA, 1987).

Sebbene la pressione di ripristino venga generalmente utilizzata come stima di massima della sollecitazione agente in situ in direzione normale all'incisione, in realtà il rilascio tensionale determina una deformazione di tipo plastico irreversibile (Figura 13 segmento OB) che comporta, a seguito del ripristino della distanza tra i capisaldi, un errore nella determinazione della sollecitazione agente ( $p_c = \sigma - \Delta\sigma$ ).

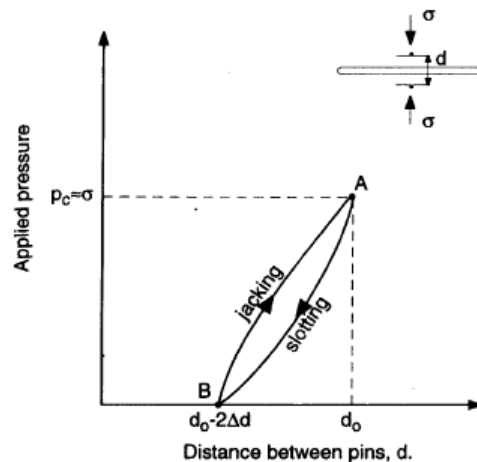


Figura 12 - Percorso di carico seguito dalla roccia durante l'esecuzione di una prova con martinetto piatto (Amadei e Stephansson, 1997)

Questo sistema di misurazione presenta alcuni svantaggi che ne possono limitare l'applicabilità, tra cui:

- L'impiego della strumentazione solo nei pressi della superficie di scavo e la possibilità che la stima delle sollecitazioni possa risentire del disturbo causato dall'esecuzione dello scavo stesso.
- I risultati della prova possono risentire delle condizioni atmosferiche (umidità e temperatura) e della presenza di polvere.

La necessità di eseguire almeno sei prove per uno stesso punto di misura, variando la direzione di misura, per determinare le sei componenti incognite del tensore degli sforzi. Inoltre le caratteristiche meccaniche della roccia devono essere pressoché invariabili all'interno del volume oggetto delle misurazioni.

Nelle rocce tenere l'acqua utilizzata per cementare il martinetto nella fessura può causare un effetto locale di "rammollimento" della roccia, portando a risultati errati nella stima delle sollecitazioni. Il metodo si basa su alcune assunzioni di base (Amadei e Stephansson, 1997) tra cui quella che la roccia sia elastica; dall'altra parte però il metodo di misura del martinetto piatto presenta anche alcuni vantaggi: non richiede infatti la conoscenza delle costanti elastiche della matrice rocciosa per risalire alla stima delle sollecitazioni. Lo strumento infatti, stabile e robusto, consente una misurazione diretta degli sforzi. Le misure possono essere effettuate anche in rocce fratturate purché l'incisione praticata rimanga aperta per tutta la durata del processo di installazione del martinetto piatto.

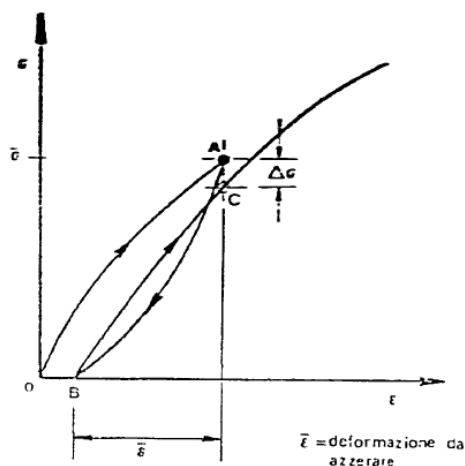


Figura 13 - Diagramma reale della variazione della pressione applicata in funzione della distanza tra i capisaldi di misura (Gulli, 2004)

### 2.3.1.2 Fratturazione idraulica

La tecnica della fratturazione idraulica consente la stima delle sollecitazioni in situ in profondità per mezzo di un foro di perforazione, fornendo modulo e direzione delle sollecitazioni massime e minime nel piano perpendicolare al sondaggio. Tale tecnica è generalmente indicata per effettuare misure a grandi profondità, oltre 50 m, dove le altre tecniche risultano praticamente inapplicabili. Inoltre questo metodo non necessita della conoscenza delle proprietà elastiche della roccia e può essere applicato senza difficoltà anche al di sotto della falda freatica.

La prova consiste nell'isolare, tramite due martinetti cilindrici gonfiabili (packers), un tratto del foro (sezione di prova) e nell'applicare una pressione idraulica sulle pareti del foro stesso. Tale pressione viene incrementata fino alla apertura di fratture pre-esistenti (metodo HTPF\_Hydraulic testing of pre-existing fractures) o fino alla formazione di nuove fratture (metodo HF\_Hydraulic fracturing). La successiva interruzione del flusso all'interno del foro fa sì che la pressione si abbassi tornando al valore iniziale. Questi cicli di sollecitazione vengono ripetuti più volte, mantenendo costante la portata liquida iniettata, in modo da avere a disposizione valori ridondanti delle pressioni per poter effettuare stime e valutazioni. Le pressioni del fluido (in genere acqua) necessarie per generare, propagare, mantenere aperte e riaprire fratture della roccia nella sezione circolare di prova vengono misurate e correlate al campo di sollecitazione esistente. Dall'osservazione dell'orientamento del piano della frattura indotta per azione idraulica (idrofrattura), si risale alla direzione delle sollecitazioni misurate. In genere, nell'applicazione di tale metodo si assume che la direzione della perforazione coincida con una delle direzioni principali. Tale ipotesi è in genere considerata valida per fori verticali praticati dalla superficie per cui la sollecitazione verticale è calcolata tenendo conto del peso del terreno sovrastante. Se la direzione della perforazione risulta deviata in modo sostanziale ( $\pm 15^\circ$ ) rispetto alla direzione della sollecitazione principale non viene garantita l'accuratezza dei risultati. Il metodo è inoltre più preciso se applicato a materiali il cui comportamento si approssima a quello del mezzo fragile, omogeneo, elastico, isotropo e non poroso.

I martinetti cilindrici (Figura 14) che, con la loro messa in pressione ottenuta attraverso l'espansione di liquidi o di gas, consentono l'isolamento della sezione di prova, devono essere posti ad una distanza pari ad almeno sei volte il diametro del foro. Essi sono connessi sia idraulicamente che meccanicamente e devono garantire la tenuta per tutto il periodo di messa in pressione, senza che vi siano perdite di fluido dalla sezione di prova. Essi sono attraversati dal tubo di adduzione dell'acqua. In genere la pressurizzazione sia dei packers che del foro vengono effettuate idraulicamente dalla superficie, attraverso un sistema di pompaggio ad alta pressione in grado di erogare una portata costante corrispondente all'intervallo di pressioni da attuare durante la prova; ma nel caso di test effettuati a profondità elevate è possibile utilizzare pompe controllate a distanza da collegare direttamente ai packers. Per raggiungere la profondità richiesta vengono impiegati barre d'acciaio, tubature flessibili o i tubi stessi usati per la realizzazione della perforazione.

Il diametro della perforazione dovrà essere adeguato in base alle caratteristiche della roccia e alle caratteristiche geometriche dei packers che si intendono utilizzare (in genere il diametro varia da 76 a 96 mm ma può arrivare anche fino a 180 mm in casi particolari, ad esempio nel caso dei pozzi petroliferi). Campioni di carotaggio o immagini della parete del foro sono necessarie per poter scegliere il tratto in cui effettuare il test (sezione di prova), che dovrà essere privo di discontinuità nel caso di prove HF mentre nel caso di prove HTPF andrà individuato un tratto che intercetti una frattura idonea da cui sia possibile ricavare correttamente lo stato di sollecitazione. L'attrezzatura di perforazione dovrà quindi consentire il recupero di campioni di carotaggio in prossimità del tratto di prova al fine anche di valutare la resistenza alla rottura della roccia oltre



ad esaminare le caratteristiche e le giaciture delle discontinuità. Apposite macchine fotografiche o telecamere da foro possono comunque essere utilizzate per stabilire l'orientamento di una frattura.

A tal fine vengono spesso impiegati i cosiddetti impression packers (martinetti cilindrici da impronta), ossia dei martinetti gonfiabili rivestiti da uno strato di gomma (Figura 14). L'impression packer viene posizionato e messo in pressione esattamente alla profondità di esecuzione della prova: l'immagine della parete del foro e delle eventuali fratture verrà così impressa sulla superficie del packer. L'impression packer è inoltre collegato ad un dispositivo di orientamento che può essere magnetico o giroscopico. Il dispositivo magnetico consente di localizzare la posizione del nord sulla parete del foro in modo tale da poter stabilire l'orientamento delle eventuali fratture. Il suo utilizzo è quindi preferibile rispetto ai dispositivi giroscopici, ma non può comunque essere impiegato in presenza di rocce magnetiche, come ad esempio i basalti.

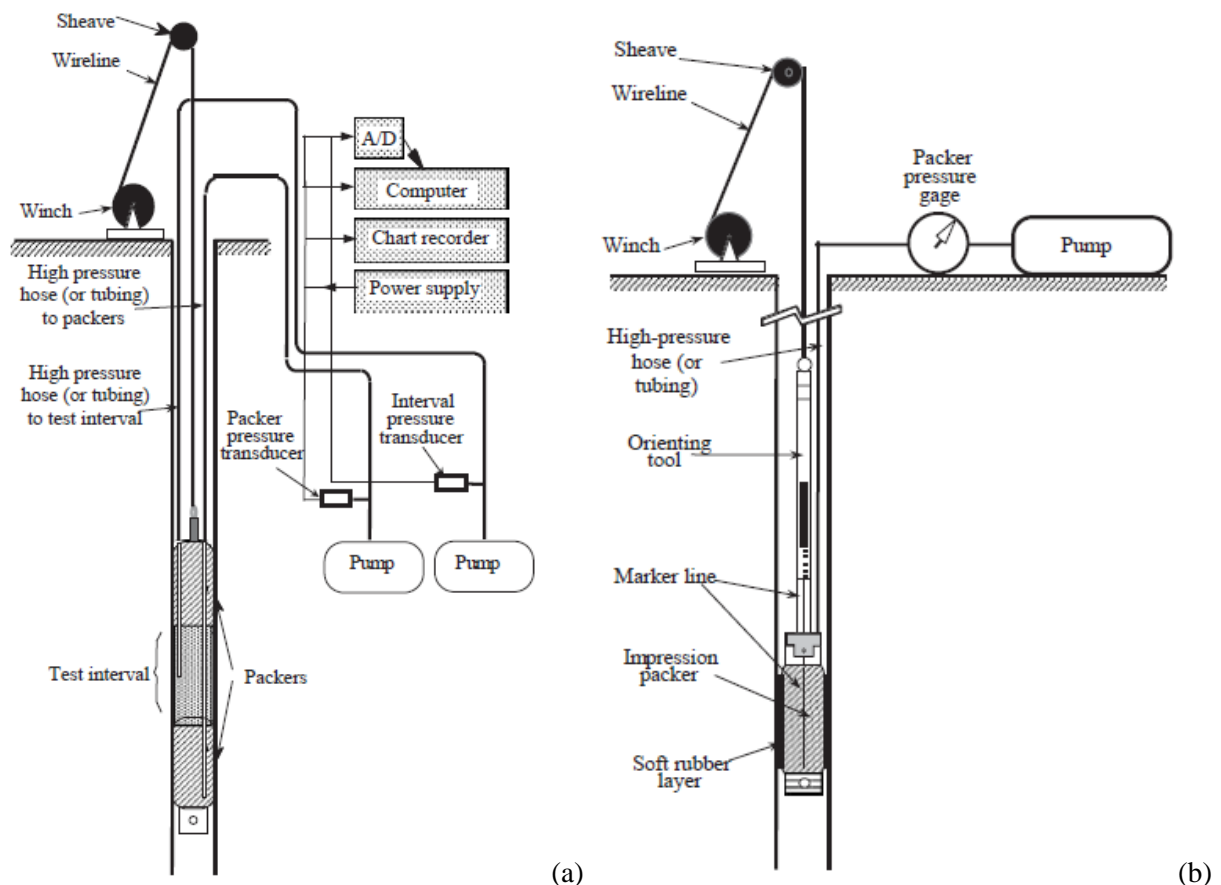


Figura 14 - Configurazione tipo: (a) di una prova di fratturazione idraulica; (b) del martinetto cilindrico da impronta (Haimson e Cornet, 2003)

Una volta determinata l'ubicazione e la profondità cui deve essere condotta la prova, per ottenere la sezione di prova, dovrebbe essere praticato un foro tale da superare la profondità prevista. La scelta finale della lunghezza e della profondità della zona di prova si basa sulle caratteristiche di fratturazione delle carote recuperate o sull'ispezione della parete del foro per mezzo di un apparato di ispezione ottico o acustico. La scelta dei packers e delle pressioni di pompaggio può essere influenzata dalla durezza della roccia e dalla rugosità della parete del foro. La pressione dei packer deve essere tale da garantire la tenuta e l'ancoraggio degli stessi alla parete del foro. Essa dipende dal tipo di packer usato. Se la pressione nella sezione di prova si avvicina alla pressione del packer, questa dovrebbe essere adeguatamente aumentata in modo da prevenire perdite. Inoltre, la pressione del packer dovrebbe essere inizialmente regolata molto al di sotto della pressione di rottura prevista e successivamente incrementata alla stessa velocità della pressione di iniezione, in modo tale da ridurre la possibilità di innesco di fratture causata dalla pressione del packer.

In genere tale pressione varia da 2 a 4 MPa, a meno che non vi siano rocce particolarmente deboli. Inizialmente la sezione di prova viene pressurizzata per valutare qualitativamente le caratteristiche di permeabilità della roccia.

Il controllo della pressione del sistema può essere effettuato in tempo reale sia dalla superficie che dall'interno della sezione di prova tramite dei trasduttori di pressione: nel primo caso è necessario aumentare gradualmente la pressione in modo da minimizzare le cadute di pressione nelle tubazioni, nel secondo caso invece le cadute di pressione sono ininfluenti. Nel caso di prove profonde e/o con portate elevate è preferibile

posizionare i trasduttori immediatamente sopra i packers. I trasduttori trasmettono i valori della pressione ad un data logger per l'acquisizione dei dati che vengono registrati insieme ai valori della portata. L'intervallo di pressione di prova viene registrato in funzione del tempo. Il normale intervallo di applicazione della pressione varia fra 0.1 e 2.0 MPa/s. La pressione dei packers è circa 2 MPa più alta di quella della sezione di prova per assicurare l'isolamento di quest'ultima.

La portata per ottenere la desiderata velocità di applicazione della pressione varia in funzione della compressibilità totale del sistema di prova, dovuta in gran parte all'elasticità e alla lunghezza delle tubazioni, alla compressibilità e al volume del fluido nel sistema di prova. In generale le prove in profondità con tubi di grande diametro richiedono maggiori portate rispetto alle prove eseguite a minor profondità e con tubi di diametro inferiore. La portata fluida è in genere tale da raggiungere l'innesco della frattura in 1-3 min. Non appena la pressione aumenta, entrambe le sollecitazioni efficaci, circonferenziale e verticale, tendono a diventare di trazione.

Quando la sollecitazione di trazione indotta supera la resistenza alla rottura delle pareti del foro si verifica la frattura. La pressione corrispondente all'innesco della frattura si ottiene dalla curva della pressione in funzione del tempo e viene detta "pressione di innesco frattura" ( $P_i$ ) o pressione di rottura (break-down pressure). Al raggiungimento di questa l'iniezione del fluido viene interrotta ma all'interno della sezione di prova si ha ancora un aumento di volume dovuto alla propagazione della frattura, e ciò causa un repentino calo di pressione. Tale decremento presenta una prima fase molto rapida, cui segue la chiusura della frattura di neo-formazione e quindi un decremento di pressione notevolmente più lento. In questa fase transitoria cui corrisponde un "ginocchio" nella curva pressione-tempo (Figura 15), è possibile individuare un valore di pressione detta di riequilibrio (shut-in pressure  $P_s$ ) corrispondente alla chiusura della frattura. Per determinare la "pressione di riapertura della frattura" ( $P_r$ ) e le ulteriori misure della pressione di chiusura ( $P_s$ ), sono usati ulteriori cicli di sollecitazione. La Figura 15 mostra un diagramma ideale dell'andamento della pressione di fratturazione idraulica in funzione del tempo.

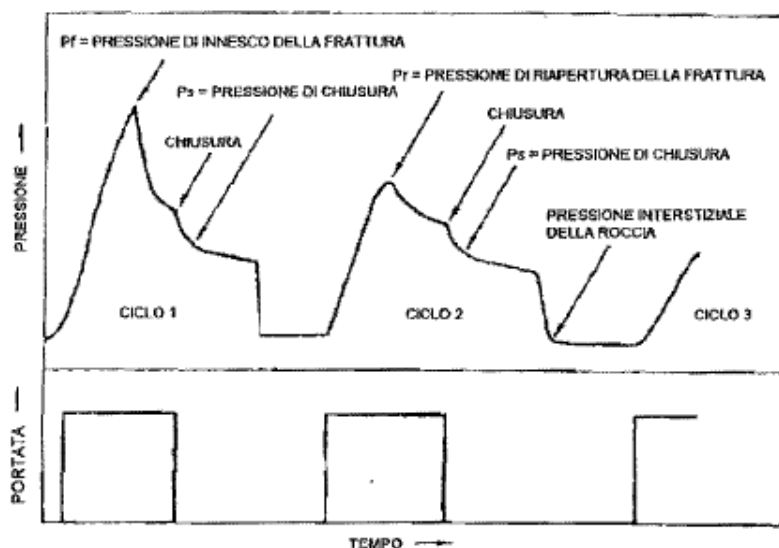


Figura 15 - Andamento teorico della pressione e della portata in funzione del tempo durante una prova di fratturazione idraulica (Amadei e Stephansson, 1997)

L'esecuzione della prova richiede la presenza di personale qualificato, in grado di valutare il valore scelto della pressione di riapertura della frattura. L'incertezza sia dell'effetto della pressione interstiziale che della stima della resistenza a trazione comporta una maggiore incertezza nella valutazione della sollecitazione orizzontale massima rispetto alla minima.

Per quanto riguarda invece la tensione verticale  $\sigma_v$ , essa non può essere stimata direttamente dai risultati delle prove, a meno che la frattura indotta non sia praticamente orizzontale, in questo caso la tensione verticale  $\sigma_v$  viene assunta uguale alla pressione istantanea di chiusura  $P_s$ . Negli altri casi la  $\sigma_v$  viene assunta pari al peso del sovraccarico per unità di superficie relativo alla profondità d'interesse, per cui si ha:

$$\sigma_v = \sum_{i=1}^n \rho_i g D_i \quad [2.5]$$

dove  $\rho_i$  e  $D_i$  sono rispettivamente la densità e lo spessore dell'i-esimo strato,  $g$  è l'accelerazione gravitazionale mentre  $n$  è il numero di strati sovrastanti il punto di esecuzione della prova.



### 2.3.2. Metodi del Sovracarotaggio

Le diverse tecniche di misura delle sollecitazioni basate sul sovracarotaggio di porzioni di roccia sono accumulate dalle tre fasi evidenziate in Figura 16. La prima fase prevede l'esecuzione di un foro di grande diametro, dai 60 ai 220 mm. Successivamente viene eseguito un secondo foro pilota, concentrico al primo ma con diametro inferiore (circa 38 mm), all'interno del quale viene posizionata e ancorata la cella di misura. Infine si procede con il sovracarotaggio della carota contenente la cella di misura e quindi con la misura delle deformazioni indotte.

#### 2.3.2.1 CSIR Doorstopper

La tecnica del sovracarotaggio di celle deformometriche biassiali incollate al fondo di un foro di sondaggio consente la determinazione di tre componenti del tensore delle sollecitazioni per mezzo di un unico foro di sondaggio. Infatti la cella CSIR Doorstopper può essere posizionata direttamente sul fondo del primo foro pilota, dopo una accurata preparazione della superficie.

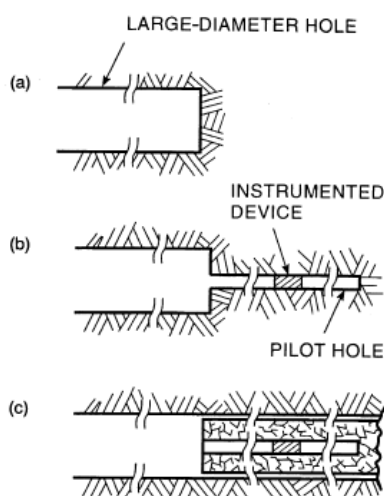


Figura 16 - Fasi schematiche della procedura di sovracarotaggio: (a) realizzazione del primo foro pilota; (b) realizzazione del secondo foro pilota e posizionamento dello strumento; (c) sovracarotaggio della carota (Amadei e Stephansson, 1997)

In genere la profondità di misura non supera i 50-60 m, in funzione della potenza della macchina perforatrice utilizzata per il sovracarotaggio e della lunghezza dei cavi di misura. La Figura 17 riporta una sezione schematica della cella di misura CSIR Doorstopper. Essa è realizzata in materiale plastico. La rosetta estensimetrica, incollata sulla base, è costituita da tre o quattro strain-gauges disposti a 45° l'uno dall'altro. Si procede con l'esecuzione della perforazione, in genere con diametro BX pari a 60 mm o NX pari a 75.7 mm) fino alla profondità prevista. Lo strumento viene disposto sul fondo del foro, dopo che la sua superficie è stata spianata e resa liscia mediante appositi strumenti per consentire il corretto incollaggio della cella estensimetrica. L'inserimento della cella Doorstopper all'interno del foro avviene mediante un apposito dispositivo, un cilindro metallico contenente i pin di collegamento della cella di misura e mediante aste di installazione. Sulla base della cella viene steso uno strato di colla epossidica che verrà quindi a contatto con la superficie di fondo foro. Dopo aver atteso la presa della colla si effettua una prima misura di "zero" delle deformazioni sul fondo del foro, dovute esclusivamente al processo esotermico di presa del collante. A questo punto, una volta estratto il dispositivo di installazione, si può procedere con il sovracarotaggio della cella deformometrica per mezzo dello stesso carotiere utilizzato per la perforazione iniziale. La profondità di sovracarotaggio richiesta per la corretta interpretazione delle misure di distensione è certamente minore di quella relativa ad altre tecniche di rilascio tensionale. Leeman (1971) suggerisce una profondità di sovracarotaggio di almeno 50 mm anche se vi sono esperienze in sito che testimoniano profondità di sovracarotaggio minime, anche 5 mm. Al termine dell'operazione di sovracarotaggio, il cilindro di roccia isolato dall'ammasso roccioso viene estratto dal foro con la cella Doorstopper incollata ad una delle sue basi. Collegando nuovamente la cella al dispositivo di misura si procede ad una nuova lettura delle deformazioni registrate che, confrontate con quelle di zero, consentono la determinazione delle deformazioni complessive indotte dal rilascio tensionale. La tecnica del Doorstopper è ritenuta tra le più affidabili ed i suoi vantaggi principali risiedono nella possibilità di eseguire il sovracarotaggio mediante lo stesso utensile carotiere utilizzato per la realizzazione del foro pilota e nelle ridotte profondità di sovracarotaggio necessarie.

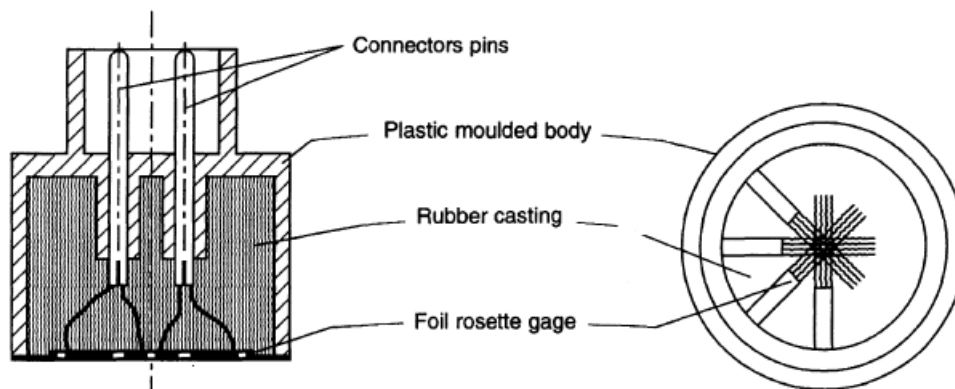


Figura 17 - Sezione schematica della cella CSIR Doorstopper (Amadei e Stephansson, 1997)

### 2.3.2.2 Cella USBM

La tecnica di misura dello stato di sforzo in ammassi rocciosi mediante la cella USBM risale agli anni '60 ed è tra le tecniche più diffuse per la valutazione dello stato di sforzo piano. La cella USBM (US Bureau of Mines) è realizzata in acciaio inossidabile (Figura 18) e viene alloggiata all'interno di un foro pilota avente un diametro interno di 38 mm; mentre il diametro di sovracarotaggio è in genere di 150 mm.

Durante il sovracarotaggio vengono misurate le deformazioni lungo tre direzioni diametrali ruotate di 60° l'una rispetto all'altra e situate su un piano ortogonale all'asse del foro. Per ciascuna delle tre direzioni diametrali, ci sono due piccoli pistoni che premono contro due barre di berillio montate a sbalzo e su ciascuna di esse sono montati due estensimetri che misurano lo spostamento relativo dei pistoni. Le due travi a sbalzo, con la loro rigidità, producono rispettivamente su ciascun pistone una forza variabile da 45 a 135 N in modo tale da garantire il perfetto contatto tra il pistone e la parete del foro. Delle molle di fissaggio posizionate circa a metà della sezione longitudinale della cella di misura, tengono il misuratore in posizione durante il sovracarotaggio. Specifiche riguardo alle procedure da seguire per la determinazione delle sollecitazioni in situ con la cella USBM sono state proposte dalla American Society for testing of Materials (ASTM) e dalla International Society for Rock Mechanics (ISRM). Si realizza un primo foro pilota opportunamente orientato, avente un diametro di circa 150 mm e con il quale si raggiunge la profondità di prova stabilita. Si procede quindi con la perforazione del secondo foro pilota concentrico al primo, avente un diametro pari a 38 mm. All'interno di quest'ultimo viene introdotta ed ancorata meccanicamente la cella di misura. A questo punto, effettuate le letture "di zero", si può procedere con il sovracarotaggio della cella (il diametro di sovracarotaggio è di 150 mm) mediante corona diamantata in modo tale da avere il rilascio tensionale della carota di roccia contenente al suo interno la cella deformometrica; la quale misurerà le deformazioni indotte dal rilascio come differenza tra le misure effettuate prima e dopo il sovracarotaggio. La tecnica USBM viene applicata in genere ad una profondità massima di 30 metri ma sono state comunque eseguite anche misure a profondità di 70 metri in pozzi verticali. Il sovracarotaggio dovrebbe comunque raggiungere una profondità tale da oltrepassare i pistoni di misura di almeno 150 mm, per una distanza quindi pari al diametro di sovracarotaggio. Il sovracarotaggio si estende in genere per una lunghezza di almeno 300 mm. Per questo motivo tale metodo risulta scarsamente applicabile in quegli ammassi rocciosi piuttosto fratturati aventi una spaziatura tra le discontinuità inferiore ai 130 mm, in quanto problemi di instabilità della cella durante il sovracarotaggio potrebbero falsare la misura.

Per gli ammassi rocciosi fratturati si può utilizzare un'altra versione dello strumento, presentata nel 1974 da Hooker, Aggson e Bickel per cui la lunghezza di sovracarotaggio si riduce a 150 mm essendo la sezione di fissaggio dello strumento molto più vicina alla sezione di misura. Il metodo USBM può essere utilizzato sia in fori asciutti che in presenza di acqua. Un diagramma tipo ottenuto da una prova con la tecnica di misura USBM è riportato come esempio in Figura 19: esso riporta le variazioni delle sollecitazioni rilevate lungo le tre direzioni diametrali in funzione della profondità di sovracarotaggio.

Dalla misura delle deformazioni diametrali ricavate per mezzo della cella USBM sulle pareti di un foro pilota è possibile risalire allo stato di sollecitazione bidimensionale agente su un piano ortogonale all'asse del foro, tramite una procedura analitica basata sulle ipotesi che la roccia possa essere assimilata ad un materiale continuo ed omogeneo e che il suo comportamento meccanico sia del tipo lineare-elastico. Inoltre si ammette valida l'ipotesi di deformazione piana sul piano xy ortogonale all'asse del foro; cioè si considerano nulle le deformazioni lungo la direzione z parallela all'asse del foro (Amadei e Stephansson, 1997).

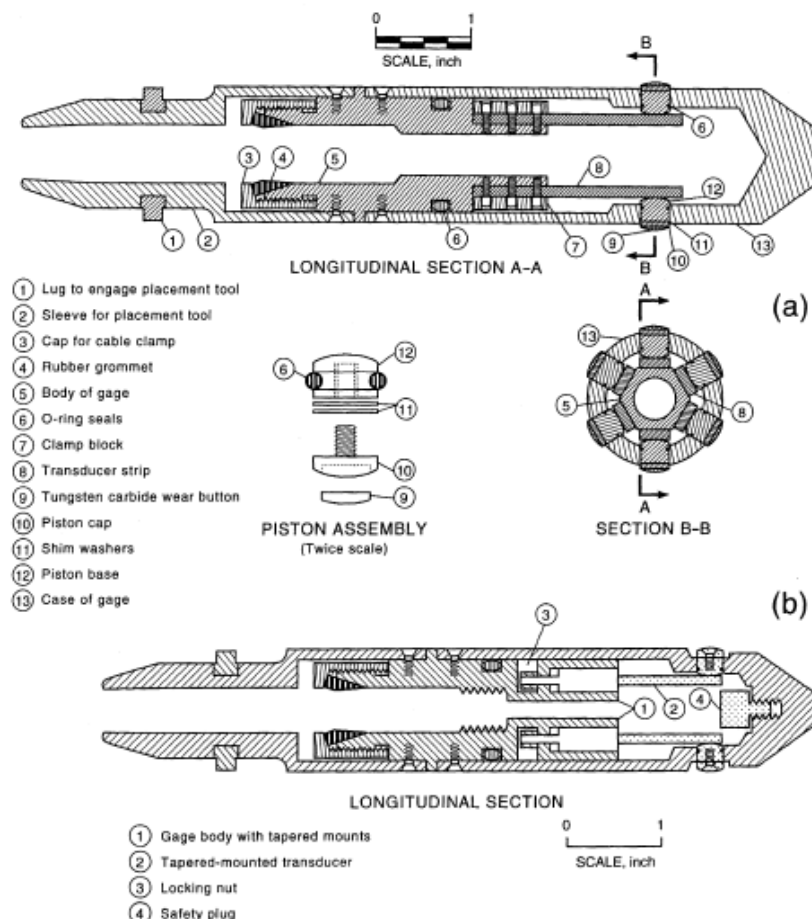


Figura 18 - (a) Sezione schematica longitudinale e trasversale della cella di misura USBM (Merrill 1964); (b) sezione longitudinale della cella di misura modificata con trasduttori di spostamento ridotti (Amadei e Stephansson, 1997)

I vantaggi della tecnica USBM sono molteplici:

- gli estensimetri possono essere recuperati e riutilizzati anche molte volte;
- non è necessaria cementazione o incollaggio della cella alle pareti del foro;
- gli estensimetri consentono un monitoraggio continuo durante il sovracaricamento;
- la strumentazione è di semplice installazione;
- un numero relativamente grande di misurazioni possono essere eseguite nello stesso giorno;
- gli estensimetri risultano scarsamente influenzati dalle variazioni di temperatura e dalla presenza dell'acqua;
- l'estensimetro può essere periodicamente calibrato per assicurarne la precisione.

Indagini di laboratorio condotte da Cai (1990) hanno mostrato un buon funzionamento degli estensimetri USBM in mezzi omogenei, continui ed isotropi mentre i mezzi eterogenei denotano risultati più scarsi. Inoltre alcuni problemi possono sorgere nei fori longitudinali, dove i punti di misura possono trovarsi in corrispondenza di strati più soffici o fratture.

I principali svantaggi della tecnica USBM sono:

- la necessità di una carota integra di almeno 300 mm di lunghezza;
- l'estensimetro può essere danneggiato in caso di rottura della carota in fase di estrazione;
- per determinare lo stato di sollecitazione in sito sono necessari 3 fori non paralleli;
- la risposta dell'estensimetro è influenzata dal tipo di minerale a contatto con il pistone, dalle caratteristiche della superficie del foro e dalla dimensione dei grani;
- l'estensimetro necessita di essere calibrato prima e dopo ogni installazione.

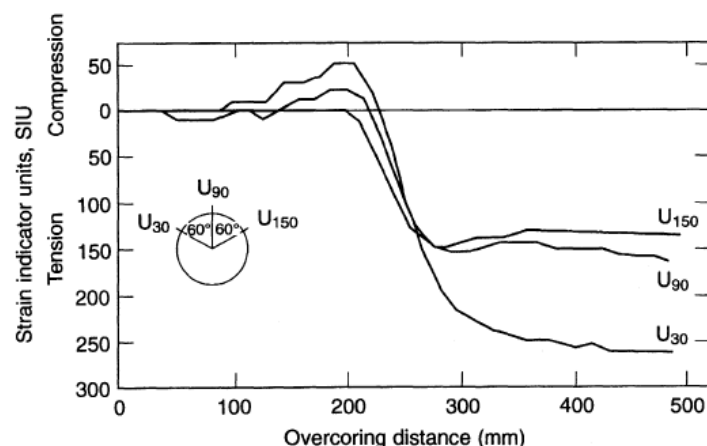


Figura 19 - Diagramma tipo dei risultati ottenuti da una prova con la cella USBM (Walton e Worotnicki, 1978)

### 2.3.2.3 Cella triassiale CSIRO

L'impiego di celle deformometriche triassiali costituisce uno dei più efficaci ed utilizzati metodi di misura dello stato di sforzo in ammassi rocciosi. Tale tecnica si basa sulla misura delle deformazioni assiali, circonferenziali ed oblique indotte, al contorno di un foro di sondaggio, dal rilascio tensionale del volume di roccia asportato mediante sovracarotaggio sul quale si suppone agisca originariamente un campo di sollecitazioni tridimensionali incognite. Il principale vantaggio è sicuramente quello di consentire, con un'unica determinazione, la stima di tutte le componenti del tensore delle sollecitazioni. In letteratura si trovano numerose tecniche di misura di questo tipo, che si distinguono per la geometria, per la tipologia e la disposizione degli elementi sensibili utilizzati e per la modalità di accoppiamento tra la cella e le pareti del foro. La cella triassiale CSIRO Hollow Inclusion (HI) è stata sviluppata negli anni '70 dal Council for Scientific and Industrial Research Organisation (CSIRO, Australia) e nel tempo ha subito alcune modifiche, comunque non sostanziali, rispetto alla versione originaria. Essa può avere 9 o 12 estensimetri elettrici (strain-gauges) ed in entrambi i casi è disponibile in due versioni che si distinguono per lo spessore della parete della cella. La versione in parete sottile è adatta soprattutto per l'impiego in rocce deboli.

La cella è costituita da un tubo in materiale plastico (araldite) con un diametro esterno di 36 mm e quello interno di 32 mm. Il foro pilota di alloggiamento ha un diametro interno di 38 mm e la cella viene incollata alla parete del foro pilota mediante un sottile strato (1 mm) di colla epossidica.

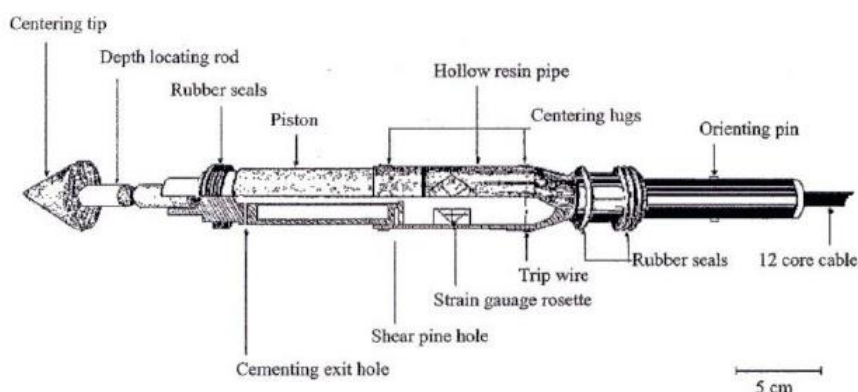


Figura 20 - La cella CSIRO HI (Worotnicki, 1993)

Nella versione in parete sottile, lo spessore della cella si riduce ad un terzo rispetto allo spessore della cella standard. Tre rosette estensimetriche sono contenute nello spessore stesso della cella, disposte a 120° l'una dall'altra. Ciascuna rosetta contiene tre estensimetri elettrici (strain-gauges) per la misurazione delle deformazioni del foro a seguito del sovracarotaggio. Gli strain-gauges sono lunghi 10 mm e si trovano a 0.5 mm dalla superficie esterna della cella.

La Figura 21 e la Figura 22 mostrano la disposizione degli estensimetri all'interno del tubo. Nella versione con 9 strain-gauges, due estensimetri ( $A_0$ ,  $C_0$ ) sono paralleli all'asse della cella (estensimetri assiali o longitudinali), tre ( $A_{90}$ ,  $B_{90}$ ,  $C_{90}$ ) sono disposti perpendicolarmente all'asse della cella (estensimetri circonferenziali o tangenziali) e quattro ( $A_{45}$ ,  $B_{45}$ ,  $B_{135}$ ,  $C_{45}$ ) sono disposti a  $\pm 45^\circ$ . La disposizione degli ulteriori tre estensimetri

( $D_{135}$ ,  $E_{90}$ ,  $F_{90}$ ) presenti nella versione della cella con 12 strain-gauges è visibile in Figura 22. Dato che gli estensimetri sono completamente incapsulati nella resina epossidica, le misurazioni non risentono dell'eventuale presenza di umidità e polvere.

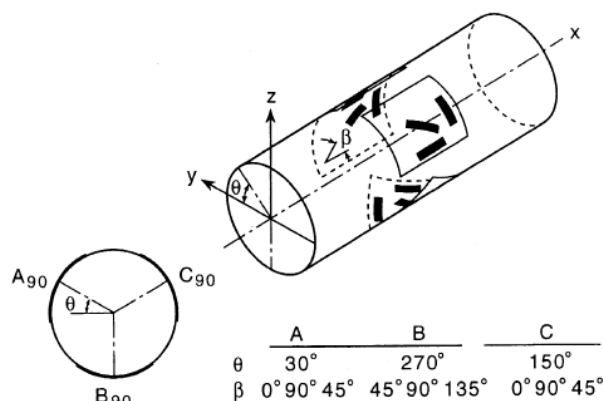


Figura 21 - Disposizione degli strain-gauges nella cella CSIRO HI (Worotnicki e Walton, 1976)

Per quanto riguarda l'incollaggio della cella nel foro pilota, si provvede al riempimento del tubo con resina epossidica, la quale viene poi estrusa mediante lo spostamento di un pistone agendo su un'asta sporgente contro l'estremità del foro. Vengono poi utilizzati dei dischi deformabili di gomma per confinare la colla attorno alla cella e per delimitare la sezione di prova all'interno del foro. È possibile scegliere tra diversi tipi di colla, a seconda delle caratteristiche della roccia e della temperatura d'impiego e la sua resistenza è di circa 4 MPa per la versione standard della cella e di 8 MPa per la versione sottile. I tempi di presa della colla epossidica variano dalle 10 alle 20 ore.

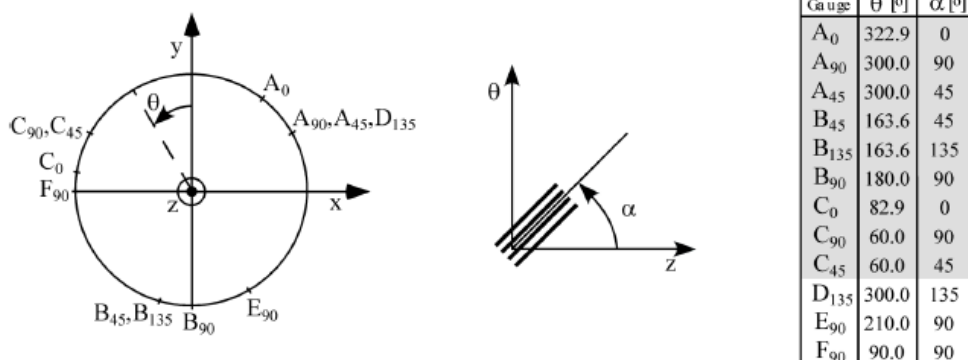


Figura 22 - Disposizione degli strain-gauges nella versione con 12 estensimetri della cella CSIRO HI

Il diametro di sovracarotaggio è in genere di 150 mm, ma possono essere sufficienti anche 100 mm se le condizioni di carotaggio sono buone. Risultati soddisfacenti vengono in genere raggiunti con lunghezze di sovracarotaggio variabili da 200 a 400 mm. La cella CSIRO viene solitamente impiegata entro i 30 m di profondità ed in condizioni ideali si possono effettuare una o due misure al giorno. Specifiche riguardo alle procedure da seguire per la determinazione delle sollecitazioni in situ con la cella CSIRO HI sono state proposte dalla International Society for Rock Mechanics (ISRM). Le procedure per l'esecuzione della perforazione, per l'installazione della strumentazione e per l'esecuzione delle misure sono essenzialmente le stesse della cella USBM. La cella CSIRO, così come la cella USBM è collegata in modo permanente al cavo di lettura in modo tale da permettere il monitoraggio continuo della cella durante la fase di sovracarotaggio ed inoltre, mediante l'uso di un termistore installato nella cella stessa, è possibile misurare le variazioni di temperatura.

Un diagramma tipo ottenuto da una prova con la cella CSIRO è riportato come esempio in Figura 23: esso riporta le deformazioni rilevate dai 12 strain-gauges in funzione della profondità di sovracarotaggio.

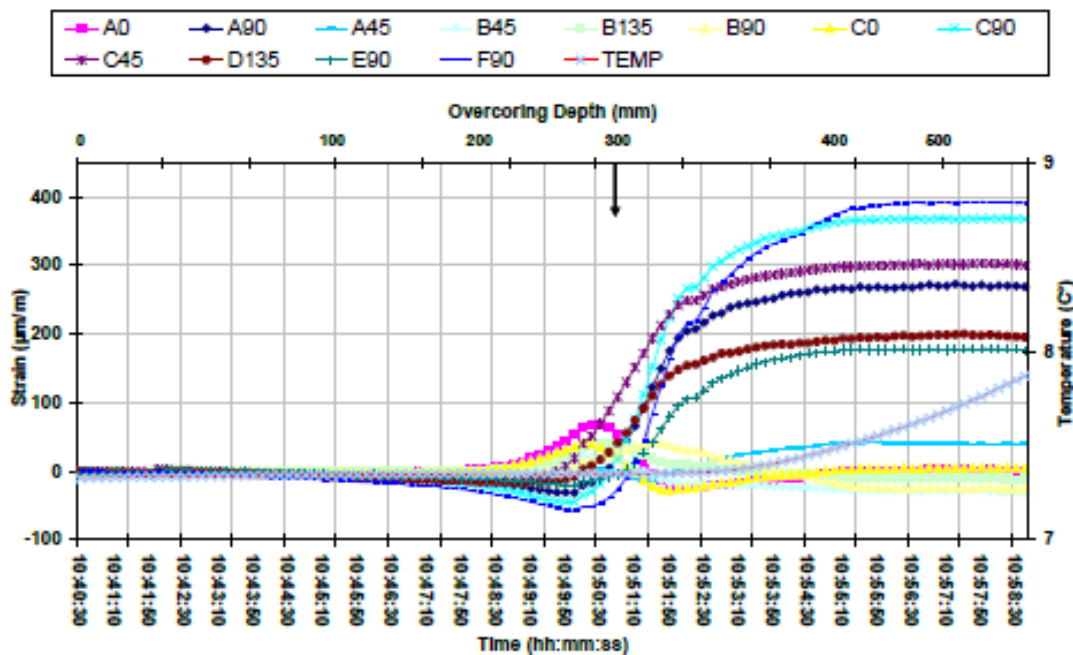


Figura 23 - Diagramma tipo dei risultati ottenuti da una prova con la cella CSIRO HI dotata di 12 strain-gauges (Gulli e Pellegrini, 2013)

Al fine di risalire alle componenti di sollecitazione agenti sull'ammasso roccioso a partire dalle deformazioni misurate al contorno del foro pilota mediante la tecnica del rilascio tensionale, sono necessarie una serie di ipotesi:

- la sollecitazione rilasciata da un volume di roccia in seguito alle operazioni di sovracarotaggio è uguale a quella gravante su di essa prima del rilascio ma di segno opposto;
- le dimensioni del cilindro di roccia isolato mediante le operazioni di sovracarotaggio non influenzano la misura delle sollecitazioni;
- la roccia è un materiale continuo e omogeneo ed il suo comportamento deformativo è lineare-elastico.

Sulla base di tali assunzioni è possibile applicare la teoria elastica per risalire alle sollecitazioni agenti e ciò richiede la conoscenza dei parametri elastici della roccia, il modulo di Young  $E$  ed il coefficiente di Poisson  $\nu$ .

Test di laboratorio mediante la cella CSIRO, sotto condizioni di carico monoassiali e biassiali, effettuati su materiali ideali, hanno portato a stime delle sollecitazioni entro un margine di errore del 4-5% rispetto alla loro effettiva intensità e con pochi gradi di differenza rispetto all'effettiva direzione dei carichi applicati. Le prestazioni della cella CSIRO sono pertanto molto soddisfacenti e affidabili in materiali omogenei ed isotropi e comunque buoni in materiali moderatamente non omogenei.

Il vantaggio principale della cella CSIRO è dato dal fatto che consente la determinazione di tutte le componenti del tensore degli sforzi mediante un solo foro. Dato che per ogni prova vengono effettuate 9 (o 12) misure e le componenti incognite del tensore sono 6, le misurazioni ridondanti sono disponibili per effettuare stime, con il metodo dei minimi quadrati, delle componenti di sollecitazione. La cella ha mostrato buone prestazioni in rocce isotrope e nel range di temperature comprese tra 15° e 40°, mentre diminuisce invece alle basse (<10°) e alle alte temperature (>40°).

I principali svantaggi della cella CSIRO HI sono:

- i costi elevati della strumentazione;
- la necessità di lunghi sovracarotaggi ininterrotti, che possono essere difficili soprattutto nelle rocce deboli e/o stratificate e nelle rocce sottoposte ad elevate sollecitazioni;
- i lunghi periodi (anche fino a 10-20 ore) necessari affinché la colla epossidica faccia presa essendo la polimerizzazione più difficile in ambienti umidi e a bassa temperatura (meno di 10°). Il rammollimento della colla epossidica dovuto ad un leggero aumento della temperatura può causare cedimenti all'interfaccia con la superficie rocciosa, che si traduce in un aumento della tensione principale parallela all'asse del foro.

### 3. LA FRATTURAZIONE DELLA ROCCIA

#### 3.1 Dalla Microfratturazione alla Rottura della Roccia Intatta

Il processo che porta alla rottura di un ammasso roccioso è caratterizzato principalmente da tre diversi stadi deformativi: l'inizio della fratturazione (crack initiation), la propagazione della fratturazione (crack propagation) ed infine la terza fase in cui si manifestano fenomeni di coalescenza delle fratture. La fratturazione della roccia intatta inizia a partire dalle minuscole imperfezioni che inevitabilmente sono contenute all'interno della matrice rocciosa, come piccole microfratture o punti di debolezza quali i bordi di un grano costituente la roccia stessa. Ciascuna delle tre fasi precedentemente descritte è contraddistinta da una soglia tensionale: ad esempio se la roccia viene caricata e raggiunge il livello tensionale che contraddistingue la fase di inizio fratturazione ( $\sigma_{ci}$ ), si assiste alla formazione di piccole fratture a partire da quelle piccole imperfezioni naturalmente contenute nella roccia, le quali si svilupperanno ulteriormente una volta raggiunto il livello tensionale corrispondente alla fase di propagazione della fratturazione ( $\sigma_{cd}$ ). Test di laboratorio, osservazioni in sito e analisi numeriche hanno permesso di identificare e caratterizzare queste soglie tensionali che sono fondamentali per capire il processo di rottura della roccia. Le fratture che si formano per sollecitazioni indotte possono essere direttamente individuate mediante l'uso di microscopi elettronici ma, visto il loro difficile impiego in sito ed in particolar modo negli scavi sotterranei, si usano in genere metodi di monitoraggio indiretti come le emissioni acustiche. Nel momento in cui vengono create o si propagano, fratture e microfratture emettono delle onde di suono. Tali onde si propagano e vengono poi rilevate da appositi sensori collegati ad un sistema di acquisizione. Tale metodo può essere adoperato sia in laboratorio che in sito. In sito si possono trovare varie applicazioni, in ambito minerario ad esempio, per prevedere possibili fenomeni di rockburst o di caduta di cunei rocciosi, o nell'ambito dell'ingegneria civile per monitorare la stabilità di grandi scavi sotterranei. Il numero e l'intensità delle emissioni acustiche rilevate forniscono informazioni riguardo al grado di fratturazione mentre la dislocazione di tali emissioni fornisce informazioni riguardo alla zona danneggiata. Attraverso la distribuzione delle microfratture nel tempo è possibile descrivere l'intero processo dalla formazione delle prime fratture ai fenomeni di coalescenza fino alla formazione e propagazione di vere e proprie macro-fratture. Anche in laboratorio il metodo delle emissioni acustiche è stato ampiamente adoperato, dimostrando di essere un metodo efficace per indagare riguardo al processo di rottura della roccia, con il vantaggio, rispetto alle misurazioni effettuate in sito, di poter controllare le sollecitazioni imposte.

Le analisi effettuate da molteplici autori hanno evidenziato un comportamento nettamente diverso della roccia a seconda che sia sottoposta ad uno stato di sollecitazione di trazione o di compressione. Il meccanismo di fratturazione in trazione è un processo instabile e pertanto è difficile da analizzare. I test di trazione diretta comunque effettuati hanno evidenziato che le soglie di inizio e propagazione della fratturazione sono quasi coincidenti e raggiungono valori prossimi alla resistenza di picco, per cui si può scrivere (Cai, 2010):

$$(\sigma_{ci})_t \approx (\sigma_{cd})_t \approx \sigma_t \quad [3.1]$$

Per quanto riguarda invece il processo di microfratturazione della roccia in compressione, i test di laboratorio hanno permesso di identificare le soglie di stress che caratterizzano proprio questo processo (Cai M., 2010) ed a cui si è precedentemente accennato. Con riferimento al diagramma sforzi-deformazioni riportato in Figura 24 è possibile individuare tre soglie caratteristiche prima di raggiungere la tensione di picco  $\sigma_f$ :

$\sigma_{cc}$  (*crack closure stress*): Tensione per cui si ha la completa chiusura delle microfratture naturalmente presenti nel provino;

$\sigma_{ci}$  (*crack initiation stress level*): Sollecitazione di inizio fratturazione;

$\sigma_{cd}$  (*crack damage stress level*): Soglia di propagazione delle fratture.

Le suddette tre soglie di stress corrispondono alle fasi del processo di rottura della roccia intatta, come si vedrà in seguito. Le microfratture cominciano a formarsi una volta raggiunta la soglia  $\sigma_{ci}$ , che può essere identificata come il punto in cui la deformazione volumetrica (Figura 24) devia rispetto al tratto rettilineo corrispondente alla fase di deformazione elastica o, in alternativa, come il punto in cui la deformazione volumetrica diventa diversa da zero dopo la fase iniziale di chiusura. In genere la  $\sigma_{ci}$  corrisponde approssimativamente ad  $(1/3 \div 2/3)\sigma_f$  (Brace et al., 1966) (Bieniawski, 1967) (Martin, 1997) (Cai et al., 2004). Una volta superata la  $\sigma_{ci}$  inoltre le rilevazioni delle emissioni acustiche cominciano a salire drasticamente ed al raggiungimento della soglia  $\sigma_{cd}$  comincia il tratto non lineare della curva sforzi-deformazioni con la propagazione delle fratture all'interno del provino.



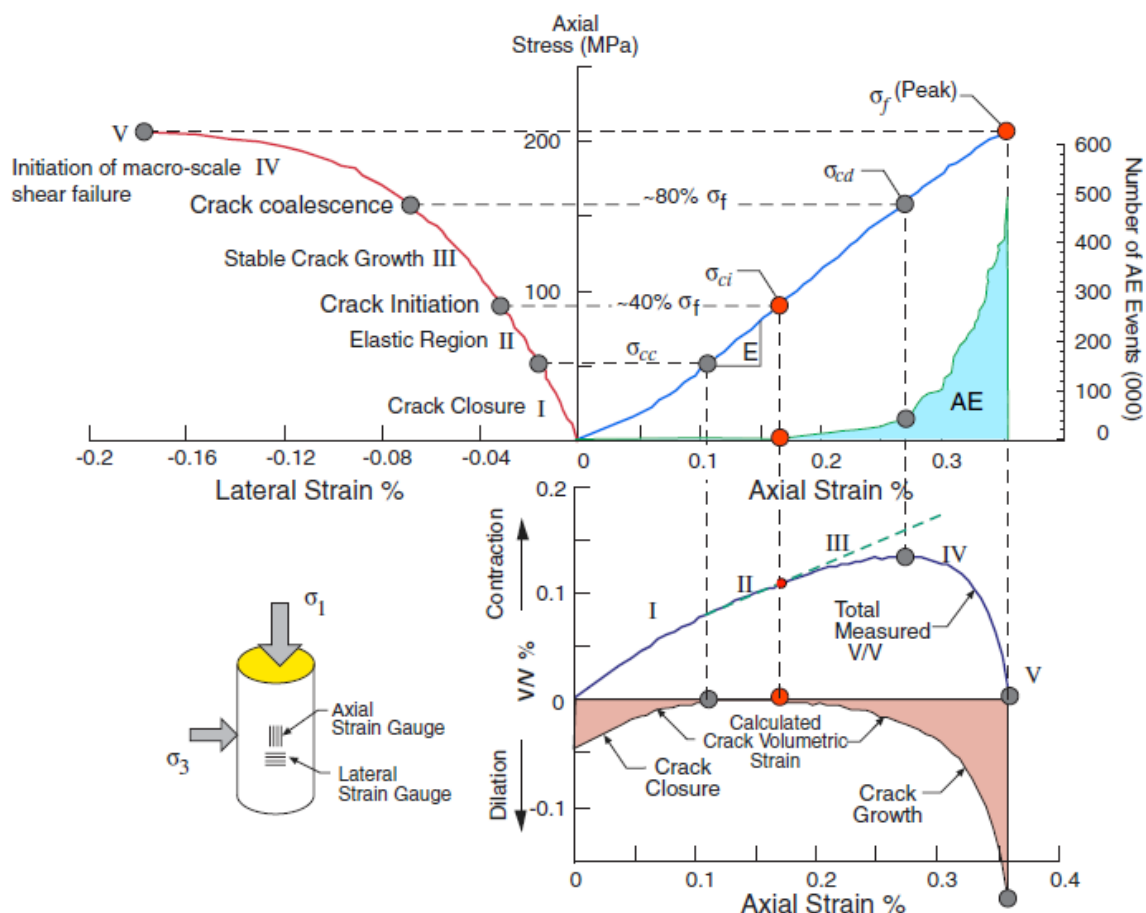


Figura 24 – Diagramma sforzi-deformazioni di una roccia granitica con indicazione delle soglie di stress caratteristiche del processo di microfratturazione (Cai et al., 2004)

### 3.2 Gli effetti delle dimensioni del provino sulla propagazione della fratturazione

Il meccanismo di fratturazione della roccia è stato oggetto di molteplici indagini, in modo particolare il processo di fratturazione a partire da fratture preesistenti nella roccia. Sulla base delle osservazioni in sito e dei risultati dei test di laboratorio su provini in roccia sono inoltre state effettuate analisi numeriche da parte di diversi autori, cercando di riprodurre tale processo per poter analizzare i parametri in gioco ed il loro effetto. Riguardo ai test di laboratorio, un aspetto da considerare riguarda le dimensioni del campione utilizzato rispetto a quelle della micro-frattura o comunque dell'imperfezione artificiale in esso contenuta. In assenza di specifiche direttive, in letteratura si trovano i risultati ottenuti da vari autori che hanno effettuato test di compressione (nella maggior parte dei casi uniassiale) su provini di varie dimensioni, da quelli più piccoli (50 x 32 x 5 mm) (Petit & Barquins, 1988) fino a provini di dimensioni 635 x 279 x 203 mm (Mughieda & Alzo'ubi, 2004). Nei lavori più recenti sono stati invece utilizzati provini a sezione quadrata. La lunghezza della frattura iniziale varia dai 10 ai 50 mm mentre la sua apertura varia da 0.1 a 3 mm, ma vi sono casi in cui le pareti della frattura sono state considerate a contatto, per cui entra in gioco l'attrito. La sollecitazione di inizio fratturazione, la direzione di propagazione della frattura stessa e lo sviluppo di fenomeni di coalescenza subiscono l'effetto della dimensione del provino rispetto alla dimensione della frattura iniziale. Nello specifico tale effetto è stato indagato mediante analisi numeriche bidimensionali con il "bonded-particle model" (BPM), un programma di tipo DEM in cui il materiale viene modellato proprio come un insieme di particelle distinte e che incorpora una serie di criteri di rottura per il legame tra le particelle (Zhang et al., 2015). I parametri utilizzati per la modellazione derivano dalla taratura effettuata sulla base di test sperimentali dagli stessi autori. In questo tipo di analisi i valori della resistenza puntuale (micro-resistenza) e la variazione spaziale del raggio delle particelle nel modello è del tutto casuale, per cui, facendo ripetere la risoluzione del modello al software, utilizzando sempre le medesime impostazioni, è impossibile ottenere i medesimi risultati. Pertanto ciascuna analisi è stata ripetuta 10 volte e i risultati d'interesse sono stati poi mediati. Durante le simulazioni è stata mantenuta una lunghezza della frattura iniziale (2a) costante mentre è stata fatta variare la larghezza del provino (2w) e l'angolo d'inclinazione  $\beta$  della frattura. L'altezza del provino non viene considerata un parametro critico come nel caso dei test sperimentali, in quanto il problema della distanza minima tra la frattura ed i piatti che bloccano il provino all'estremità viene in questo caso superato considerando nullo l'attrito tra il provino ed i piatti



d'estremità stessi. Operativamente la frattura iniziale contenuta all'interno del provino viene creata cancellando le relative particelle al centro. Per questo motivo la frattura, idealmente considerata rettilinea, appare in realtà scabra, poiché il programma non consente la suddivisione delle singole particelle. Gli autori considerano come macrofrattura la formazione di tre o più microfratture adiacenti ed il carico corrispondente rappresenta la soglia di inizio fratturazione  $\sigma_{ci}$  (crack initiation stress). È stata inoltre registrata la resistenza a compressione uniaassiale  $\sigma_c$  del provino. Tra le varie simulazioni il parametro variabile considerato è stato il rapporto  $\phi=a/w$  tra la lunghezza della frattura e la larghezza del provino. I risultati sono riportati in Tabella 7 ed in Tabella 8.

$\phi$	Crack initiation stress $\sigma_{ci}$					
	75°	60°	45°	30°	15°	0°
0.14	28.40 (0.0 %)	23.40 (0.0 %)	18.03 (0.0 %)	15.91 (0.0 %)	15.92 (0.0 %)	15.87 (0.0 %)
0.17	30.28 (6.6 %)	22.11 (-5.5 %)	16.61 (-7.9 %)	15.35 (-3.6 %)	15.02 (-5.7 %)	14.91 (-6.0 %)
0.2	28.45 (0.2 %)	21.09 (-9.9 %)	17.71 (-1.8 %)	15.20 (-4.5 %)	15.11 (-5.1 %)	16.19 (2.0 %)
0.25	28.05 (-1.2 %)	22.78 (-2.6 %)	17.79 (-1.3 %)	16.07 (1.0 %)	15.66 (-1.6 %)	16.10 (1.4 %)
0.33	27.88 (-1.8 %)	21.00 (-10.3 %)	17.51 (-2.9 %)	15.10 (-5.1 %)	14.57 (-8.5 %)	14.79 (-6.8 %)

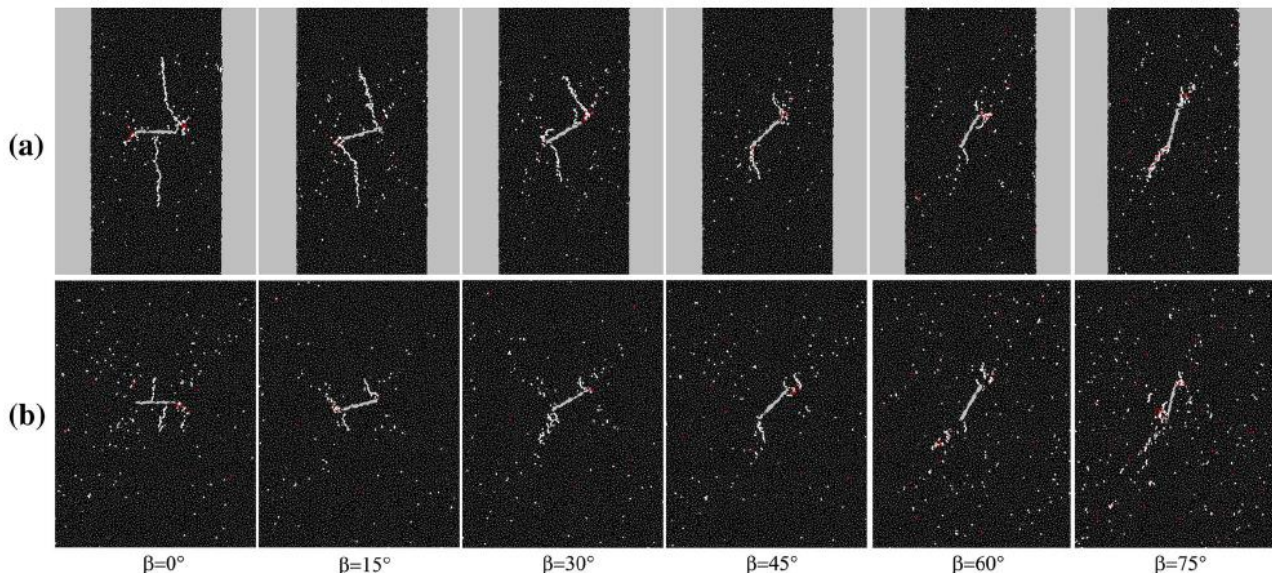
Percentage changes relative to  $\sigma_{ci}$  of  $\phi = 0.14$  at the top of each column are listed in parentheses

**Tabella 7 – Soglia di inizio fratturazione  $\sigma_{ci}$  [MPa] per provini aventi  $\phi$  variabile e per diverse inclinazioni della frattura iniziale (Zhang et al., 2015)**

$\phi$	Uniaxial compressive strength $\sigma_c$						
	75°	60°	45°	30°	15°	0°	Intact
0.14	32.14 (0.0 %)	30.92 (0.0 %)	28.77 (0.0 %)	27.82 (0.0 %)	27.55 (0.0 %)	27.53 (0.0 %)	32.72 (0.0 %)
0.17	31.82 (-1.0 %)	29.98 (-3.0 %)	28.59 (-0.6 %)	27.68 (-0.5 %)	27.34 (-0.8 %)	26.58 (-3.4 %)	32.75 (0.1 %)
0.2	31.17 (-3.0 %)	29.47 (-4.7 %)	27.59 (-4.1 %)	26.59 (-4.4 %)	25.56 (-7.2 %)	24.98 (-9.3 %)	33.20 (1.5 %)
0.25	31.42 (-2.2 %)	28.70 (-7.2 %)	27.06 (-6.0 %)	26.34 (-5.3 %)	24.23 (-12.0 %)	24.16 (-12.2 %)	33.03 (1.0 %)
0.33	30.36 (-5.5 %)	26.87 (-13.1 %)	24.15 (-16.0 %)	22.71 (-18.4 %)	22.51 (-18.3 %)	21.48 (-22.0 %)	32.62 (-0.3 %)

Percentage changes relative to  $\sigma_c$  of  $\phi = 0.14$  at the top of each column are listed in parentheses

**Tabella 8 - Resistenza a compressione  $\sigma_c$  [MPa] per provini aventi  $\phi$  variabile e per diverse inclinazioni della frattura iniziale (Zhang et al., 2015)**



**Figura 25 -Fratture principali da modellazione numerica a partire da una frattura centrale con inclinazione variabile per  $\phi=0.33^\circ$  (a) e  $\phi=0.14^\circ$  (b) (Zhang et al., 2015)**

La soglia di inizio fratturazione  $\sigma_{ci}$  sembra essere indipendente da  $\phi$  mentre la resistenza a compressione  $\sigma_c$  per lo più decresce al crescere di  $\phi$ . Le nuove fratture si formano principalmente a partire dalle estremità della frattura iniziale presente nel provino. Tali fratture risultano avere lunghezza maggiore (quindi sono più facilmente identificabili) nei provini più stretti, cioè per  $\phi$  maggiori (Figura 25). Analizzando invece la formazione delle successive fratture (fratture secondarie), quindi dopo il raggiungimento della soglia  $\sigma_{ci}$ , gli autori stessi

hanno osservato per bassi valori di  $\phi$  si ha una maggiore dispersione delle fratture secondarie (Figura 26), cioè l'area interessata dal processo di fratturazione secondaria è maggiore per i provini aventi un basso valore di  $\phi$ . La formazione di fratture secondarie ben definite e circoscritte sembra quindi ostacolata dalla maggiore distanza tra la frattura iniziale e la superficie libera del provino. Le conclusioni raggiunte mediante le suddette analisi numeriche sono state inoltre confermate dai risultati sperimentali ottenuti dagli stessi autori mediante prove di compressione su provini in gesso contenenti una frattura iniziale.

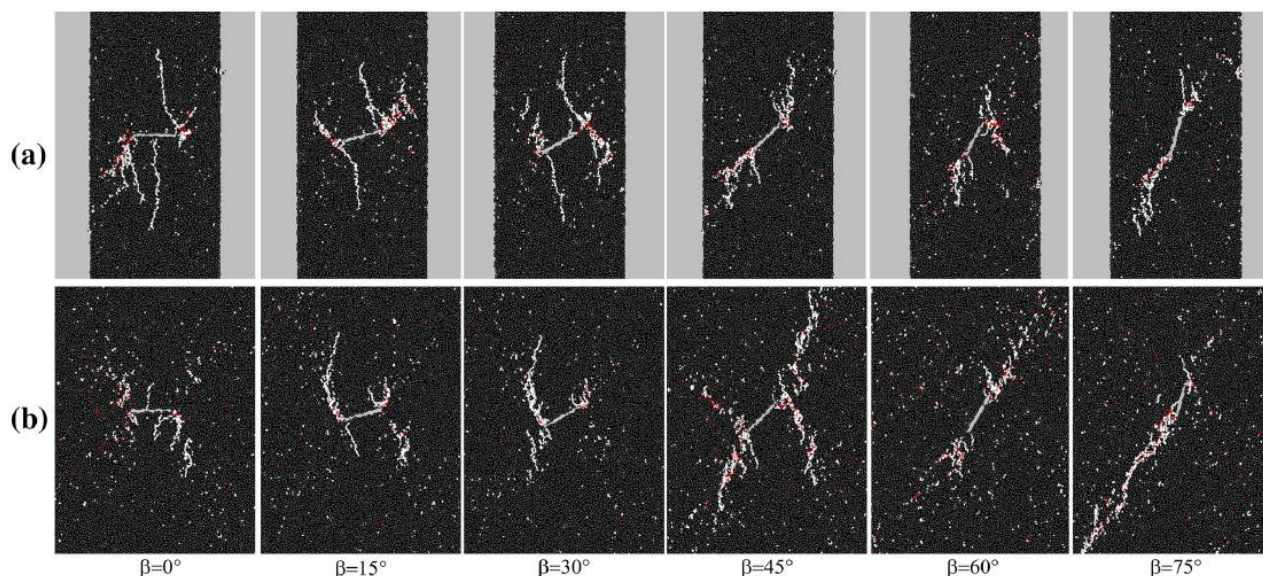


Figura 26 - Fratture secondarie da modellazione numerica a partire da una frattura centrale con inclinazione variabile per  $\phi=0.33$  (a) e  $\phi=0.14$  (b) (Zhang et al., 2015)

### 3.3 Criteri di Resistenza per Ammassi Rocciosi

Nel presente lavoro, con il termine resistenza si fa riferimento alla sollecitazione massima che l'ammasso è in grado di sostenere nelle specifiche condizioni in cui si trova. In genere, una volta raggiunta la soglia di massima resistenza, si assiste alla formazione di piani di frattura, visibili sul fronte di cava e denominati, nel gergo locale del bacino di Carrara, "forzature". Esse possono spaccare il giacimento o addirittura causare il crollo di porzioni di roccia. Non necessariamente però la formazione di una frattura equivale al raggiungimento della soglia resistente. Una volta superato il limite di resistenza l'ammasso potrà comunque mantenere una certa capacità portante.

L'involuppo  $\sigma_{1max}-\sigma_3$  della resistenza della roccia ottenuto mediante test di laboratorio su campioni di roccia, risulta scarsamente rappresentativo della reale resistenza offerta da un ammasso nell'intorno di uno scavo o di un tunnel. La resistenza riscontrata in sito è generalmente inferiore rispetto a quella determinata in laboratorio. Questo fatto è stato da sempre imputato ad un fattore di scala: il campione di laboratorio non può rappresentare un ammasso a grande scala, caratterizzato da imperfezioni, fratture e piani di discontinuità che riducono la resistenza dell'ammasso. A tal proposito è necessario specificare che, nell'analisi del comportamento meccanico di un ammasso roccioso, è fondamentale considerare non solo i diversi parametri geomeccanici che lo caratterizzano ma anche il volume significativo d'interesse. Alla luce di questo, Hoek e Brown hanno sviluppato il loro criterio di resistenza, ben noto ed ampiamente utilizzato nel campo della meccanica delle rocce per ammassi rocciosi fratturati, per la cui trattazione si rimanda al Capitolo 5. Secondo tale criterio il comportamento di un ammasso viene assimilato a quello di un mezzo continuo equivalente ed i suoi parametri devono essere opportunamente scelti in base al grado di fratturazione ed alle caratteristiche geologico-strutturali dell'ammasso.

Le considerazioni precedentemente svolte in merito alla diversa resistenza riscontrata in laboratorio ed in sito appaiono ovvie nel caso di ammassi molto fratturati, ma in realtà questo diverso comportamento è stato riscontrato anche in presenza di ammassi molto resistenti e poco fratturati.

I test di laboratorio eseguiti da diversi ricercatori su campioni di roccia hanno permesso di descrivere accuratamente il processo di fratturazione della roccia. Le prove di compressione uniassiale o in presenza di uno sforzo di confinamento hanno messo in luce la formazione e la propagazione di micro-fratture parallele

alla tensione principale  $\sigma_1$ . In presenza di livelli tensionali piuttosto bassi le micro-fratture si formano all'interno dei grani stessi che costituiscono la matrice rocciosa e si propagano fino al margine del grano.

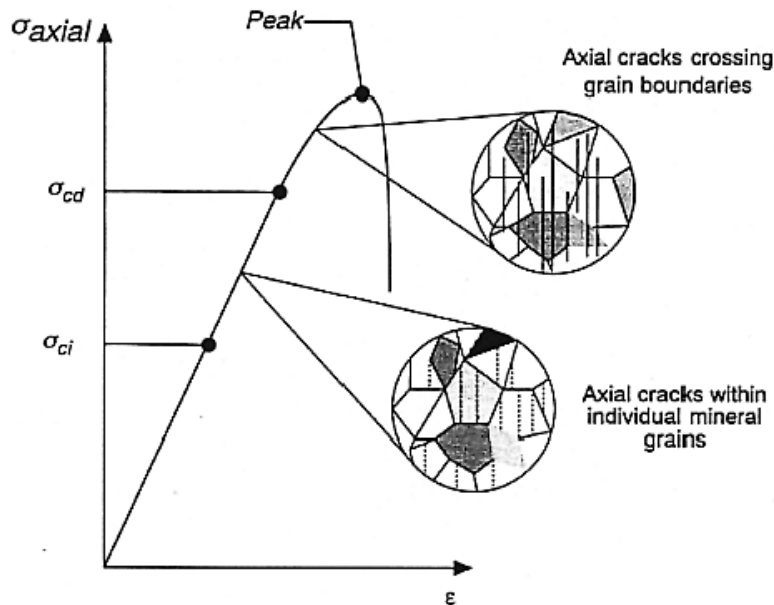


Figura 27 – Progressiva fratturazione di un campione di laboratorio in condizioni di carico monoassiale (Martin, 1994)

All'aumentare della sollecitazione agente e raggiunto un certo valore (pari a circa  $0.7 \sigma_c$  nel caso di test monoassiali) ma comunque per basse pressioni di confinamento, queste fratture si propagano oltre i limiti del singolo grano, unendosi tra di loro formando una lunga frattura parallela alla direzione della  $\sigma_1$ . Associando il processo di fratturazione appena descritto alla curva sforzi-deformazioni (Figura 27), l'interazione e l'unione delle singole micro-fratture si verifica in corrispondenza del tratto non lineare della curva, per valori degli sforzi superiori quindi alla soglia indicata come crack damage threshold  $\sigma_{cd}$ .

La  $\sigma_{cd}$  viene associata alla resistenza di lungo termine del materiale (Bieniawski 1967, Martin 1994) e può essere definita come la resistenza allo snervamento della roccia. Il fenomeno di strain hardening che si verifica dopo il raggiungimento della  $\sigma_{cd}$  è dovuto alla mobilitazione dell'attrito e della dilatanza e si manifesta quindi solo in presenza di fratture e di un sufficiente sforzo normale alla superficie delle fratture in grado di mantenere il contatto tra le superfici della frattura stessa. In presenza di ammassi rocciosi piuttosto resistenti, è stato però riscontrata una resistenza in sito inferiore alla soglia rappresentata dalla  $\sigma_{cd}$ . La resistenza in sito risulta essere più vicina alla soglia  $\sigma_{ci}$  di inizio fratturazione stimata in laboratorio e che è pari circa a  $0.4\sigma_c$  in condizioni uniassiali e può essere espressa mediante una relazione empirica di questo tipo che rappresenta il limite inferiore della resistenza in sito dell'ammasso:

$$\sigma_{ci} \sim 0.4(\pm 0.1)\sigma_c + 1.5(\pm 0.5)\sigma_3 \quad [3.2]$$

La minore resistenza riscontrata in sito rispetto a quella determinata in laboratorio può essere causata da un effetto di degrado subito in sito dalla roccia in seguito al processo di micro-fratturazione. Le micro-fratture che si formano inizialmente nel campione per bassi livelli tensionali (inferiori alla  $\sigma_{cd}$ ) non sembrano avere alcun effetto sulla rigidità del campione ed il tratto lineare della curva sforzi deformazioni (Figura 27) si mantiene tale. In sito praticamente questo processo provoca un accumulo di micro-fratture parallele alle pareti dello scavo in condizioni elastiche. L'ammasso roccioso in seguito a questo processo di micro-fratturazione subisce un apparentemente innocuo indebolimento nella direzione parallela a quella delle fratture, con la formazione di piani più deboli (slabs). Fenomeni quali la rotazione delle sollecitazioni o il rilassamento degli sforzi che spesso si manifestano in prossimità delle pareti di uno scavo possono provocare il collasso dell'ammasso anche per livelli di sollecitazioni molto inferiori a quelli relativi alla  $\sigma_{cd}$ , proprio a causa di questi piani deboli formati durante le prime fasi di micro-fratturazione.

Pertanto la rottura in ammassi rocciosi resistenti o poco fratturati può essere messa in relazione ad una soglia di insorgenza delle prime fessure e quindi ad una caratteristica della roccia intatta piuttosto che alla caratterizzazione dell'ammasso. In prossimità delle pareti di uno scavo la  $\sigma_{ci}$  (determinata mediante test su

campioni di roccia intatta) rappresenta quindi un limite inferiore della resistenza in sito dell'ammasso roccioso. Confrontando semplicemente la distribuzione elastica delle sollecitazioni nell'intorno di uno scavo con la  $\sigma_{ci}$  o con lo sforzo deviatorico corrispondente è possibile quindi prevedere eventuali rotture. Le relazioni proposte per la stima della soglia di inizio fratturazione e quindi del limite inferiore della resistenza di un ammasso sono diverse. In condizioni confinate, la soglia di inizio fratturazione viene generalmente descritta mediante un criterio a sollecitazione deviatorica costante e dato che le osservazioni in sito e i test di laboratorio hanno evidenziato la scarsa dipendenza della tensione di inizio fratturazione  $\sigma_{ci}$  dal confinamento, si può scrivere (Martin, 1994).

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 0.4(\pm 0.1)\sigma_c \quad [3.3]$$

anche se, per altri ricercatori (Brace et al., 1966) (Pestman e Van Munster, 1996), l'influenza della pressione di confinamento ha invece un maggior peso, con una pendenza della curva rappresentativa nel piano  $\sigma_1$ - $\sigma_3$  compresa tra 0 e 2. In condizioni uniassiali invece la soglia di inizio fratturazione può variare da  $1/3$  ad  $1/2\sigma_c$ . Una volta che si è formata una frattura, le zone limitrofe vengono a trovarsi in condizioni di confinamento pressoché nullo, il che può favorire la formazione di ulteriori fratture in una specie di meccanismo a catena e la soglia di resistenza diventa perciò:

$$\sigma_1 = (0.3 \div 0.5)\sigma_c = A \cdot \sigma_c \quad [3.4]$$

Tale criterio è applicabile solo in prossimità di uno scavo, in condizioni quindi di confinamento pressoché nullo, in quanto la presenza di un eventuale sforzo di confinamento potrebbe determinare la chiusura delle fratture impedendo quindi la loro propagazione. Nel caso in cui risulti invece  $\sigma_3 \neq 0$  ed essendo  $\sigma_{30}$  lo sforzo necessario per mantenere le pareti della frattura a contatto (frattura chiusa), per  $\sigma_3 < \sigma_{30}$  vale ancora la [3.4] mentre per  $\sigma_3 > \sigma_{30}$  la resistenza può essere approssimata da (Kaiser, 1993, Diederichs, 1999):

$$\sigma_1 = A\sigma_c + B(\sigma_3 - \sigma_{30})$$

essendo B una costante maggiore di 1.

Un altro criterio di inizio fratturazione è quello proposto da Griffith (Griffith, 1921) mediante la seguente relazione:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 8\sigma_t + (\sigma_1 + \sigma_3) \quad [3.5]$$

Egli considera la formazione e la propagazione di fratture di trazione in direzione parallela al massimo sforzo di compressione, che possono portare anche alla rottura: la [3.15] esprime la soglia di inizio fratturazione in funzione della resistenza a trazione  $\sigma_t$  della roccia stessa.

### 3.4 I parametri Fragili di Hoek-Brown

La resistenza al taglio complessiva di un ammasso roccioso viene tradizionalmente attribuita in parte ad una componente coesiva ed in parte ad una componente attritiva. Tale suddivisione trova una diretta corrispondenza con la formulazione del criterio di Mohr – Coulomb, che verrà successivamente descritto al Capitolo 5, il quale, espresso in termini di tensioni totali, nel piano  $\tau - \sigma_n$  è:

$$\tau = c + \sigma_n \cdot \tan\varphi \quad [3.6]$$

dove:

$c$  = coesione relativa alla roccia intatta

$\sigma_n$  = tensione normale totale agente sulle pareti di una discontinuità

$\varphi$  = angolo di attrito lungo il piano di discontinuità

Tale criterio è in genere più adatto per alte pressioni di confinamento, quando, in effetti, la rottura si sviluppa su piani di rottura per taglio. In condizioni monoassiali o comunque in corrispondenza di limitate pressioni di confinamento, è stato osservato un aumento di microfratture e, con il progressivo aumento del confinamento, lo sviluppo di piani di rottura nella direzione sub-parallela a quella della tensione principale maggiore (Figura 28). In tali condizioni un criterio quale quello di Mohr-Colulomb risulta scarsamente applicabile.



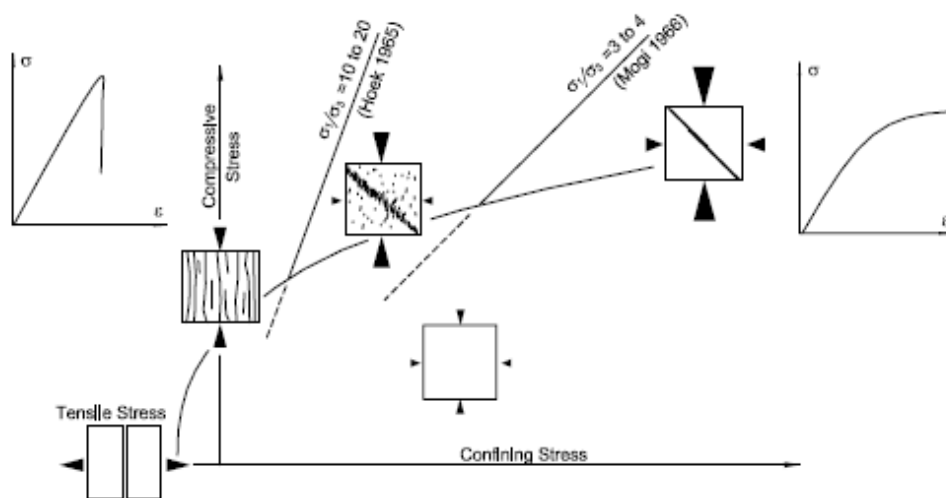


Figura 28 - Meccanismi di fratturazione in roccia intatta al variare della pressione di confinamento (Diederichs, 1999).

Nel criterio di Hoek-Brown (Capitolo 5), le costanti empiriche  $m$  ed  $s$  sono rispettivamente connesse all'angolo di attrito interno ed alla coesione dell'ammasso. Sia per quanto riguarda il criterio di Mohr-Coulomb che quello di Hoek-Brown, si assume implicitamente che la componente coesiva (rappresentata rispettivamente dai parametri  $c$  e  $s$ ) e quella attrittiva (rappresentata rispettivamente dai parametri  $\phi$  e  $m$ ) vengano mobilitate contemporaneamente.

L'analisi di casi reali relativi alla realizzazione di tunnel sotterranei (Martin et al., 1999) (Pelli et al., 1991) in ammassi rocciosi resistenti o poco fratturati, ha permesso di notare che i risultati ottenuti mediante l'applicazione del criterio di Hoek-Brown con le equazioni [5.5] e [5.6] non trovavano corrispondenza nei casi di rottura osservati.

I parametri di rottura così stimati non permettono quindi di fare alcuna previsione né riguardo alla localizzazione né alla estensione delle zone oggetto di rottura.

Nello specifico le rotture riscontrate si sono verificate per valori di  $m_b$  minori e valori maggiori di  $s$  rispetto a quelli calcolati mediante le suddette equazioni. Un tale comportamento ha portato ad ipotizzare che il processo di fratturazione fragile della roccia, nella fase iniziale, sia governato dalla componente coesiva della resistenza. Tale componente si riduce gradualmente a causa della propagazione di fratture di trazione (tensile cracking) e dello sviluppo di fenomeni di coalescenza (crack coalescence). La componente attrittiva della resistenza viene invece mobilitata solo nel momento in cui la componente coesiva si è sensibilmente ridotta, l'ammasso roccioso ha ormai raggiunto un certo livello di danneggiamento e si verificano scivolamenti per taglio lungo le fratture.

Queste osservazioni hanno portato alla determinazione di specifici valori dei parametri  $m_b$  ed  $s$  (Martin et al., 1999) validi nel caso di ammassi rocciosi da compatti (massive rock masses) a mediamente fratturati (moderately fractured) che manifestano fenomeni quali lo spalling piuttosto che rotture per taglio:

$$m_b = 0$$

$$s = 0.11$$

L'assunzione fondamentale alla base di tali valori è che il processo di rottura, nell'intorno di uno scavo sotterraneo, sia governato da una graduale riduzione della componente coesiva della resistenza associata ad un meccanismo di danneggiamento dell'ammasso (fratturazione). Pertanto, tali valori non possono essere impiegati in tutti quei casi in cui la componente attrittiva viene palesemente mobilitata e gioca un ruolo predominante per la resistenza dell'ammasso nell'intorno della sezione di scavo.

### 3.4.1 Applicazione dei parametri fragili al Marmo di Carrara

Le considerazioni riportate al paragrafo precedente, benché frutto di analisi relative allo specifico settore del tunneling, ci hanno portato a ipotizzare un comportamento simile anche per il marmo del bacino estrattivo di Carrara. Infatti, anche in questo caso, le misure effettuate in sito trovano scarso riscontro con le previsioni fatte mediante l'applicazione del criterio di Hoek-Brown. L'applicazione di tale criterio, mediante le formulazioni [5.5] e [5.6] dei parametri  $m_b$  ed  $s$ , porta a risultati che in alcuni casi sono troppo cautelativi e talvolta, ancora peggio, risultano poco conservativi.

Per valori del parametro GSI maggiori di 25 (Hoek & Brown, 1997), il criterio può essere applicato considerando le seguenti espressioni dei parametri  $s$  ed  $a$  (in alternativa alle espressioni [5.6] e [5.7]):

$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9}\right)$$

$$a = 0.5$$

Considerando inoltre  $m_b=0$ , cioè trascurando il contributo dell'attrito e considerando un fattore di disturbo D dell'ammasso pari a 0, dalla [5.3] si ottiene:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_c \sqrt{\exp[(GSI - 100)/9]} \quad [3.7]$$

Considerando i seguenti parametri relativi al marmo di Carrara:

$\sigma_c=100$  MPa, resistenza a compressione semplice della matrice rocciosa intatta  
 $GSI=71$ , Geological Strength Index

e applicando quindi la [3.7] si ottiene:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_c \sqrt{\exp[(GSI - 100)/9]} = 19.97 \text{ MPa}$$

$$s = 0.04$$

Considerando invece il criterio di Hoek-Brown senza trascurare il contributo alla resistenza dato dall'attrito, dall'equazione [5.5], considerando  $D=0$ ,  $GSI=71$  e  $m_i=8.5$  si ottiene  $m_b=3.02$ . Per i parametri  $GSI$  ed  $m_i$  i valori fissati sono stati scelti in base a quanto riportato in letteratura, scegliendo un valore medio nei range di riferimento, considerando un ammasso di buona qualità interessato da rare fratture (Coli & Garzonio, 2009) (Bruno, 2012).

Infine, con i parametri fragili di Hoek-Brown (brittle Hoek-Brown parameters,  $m_b=0$ ,  $s=0.11$ ) si ottiene:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 33.33 \text{ MPa}$$

I risultati ottenuti sono sintetizzati nel grafico di Figura 29. Tale grafico riporta nel piano delle tensioni principali il limite di rottura secondo il criterio di Hoek-Brown in tre casi differenti:

1. con i parametri  $m$  ed  $s$  tradizionali, considerando contemporaneamente il contributo coesivo ed attritivo alla resistenza ( $m_b=3.2$ ;  $s=0.04$ );
2. considerando esclusivamente il contributo resistente della coesione ( $s=0.04$ ), stimata mediante la [3.7] in base al valore di  $GSI$ , trascurando il contributo attritivo ( $m_b=0$ );
3. sulla base dei parametri fragili di Hoek-Brown ( $m_b=0$ ,  $s=0.11$ )

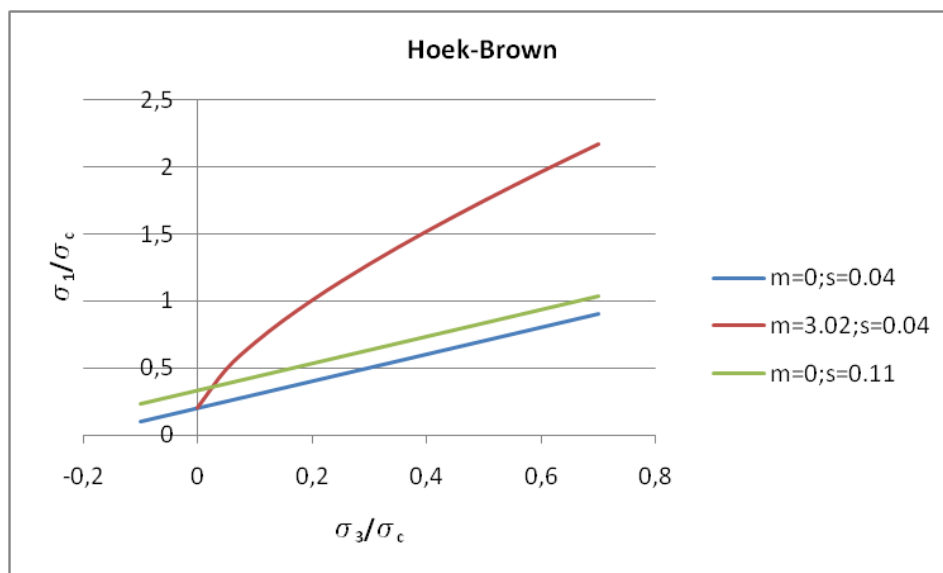


Figura 29 - Involuppo di Hoek Brown del marmo di Carrara per i parametri attritivi ( $m=3.02$ ;  $s=0.04$ ) e per i parametri fragili ( $m=0$ ;  $s=0.11$ )

Inoltre, in relazione al comportamento del marmo di Carrara al variare del confinamento, le analisi effettuate da Fredrich (1989) hanno rivelato che, in condizioni di compressione assialsimmetrica, il marmo di Carrara si deforma in maniera fragile per pressioni inferiori ai 30 MPa e plasticamente per pressioni oltre i 300 MPa, passando da un comportamento di strain softening ad un comportamento di strain hardening.

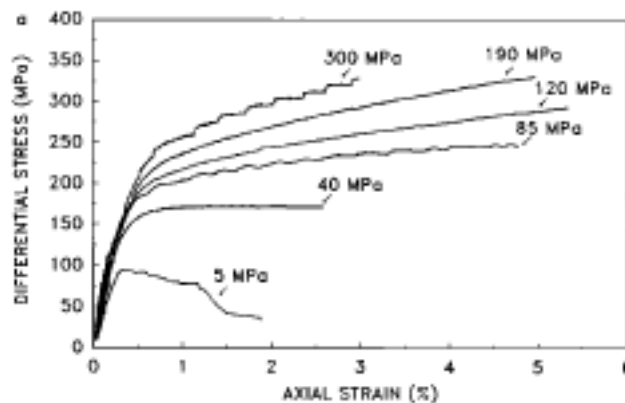


Figura 30 - Diagramma sforzo deformazione per il marmo di Carrara al variare del confinamento (Fredrich et al., 1989)

Il valore stabilito per il marmo di Carrara, in base alle determinazioni sperimentali, come crack initiation threshold [1.1] si avvicina a quello ottenuto dall'equazione [3.7] considerando  $m=0$  ed  $s=0.04$ . L'involuppo ottenuto invece considerando i parametri tradizionali di Hoek-Brown ( $m=3.02$ ,  $s=0.04$ ) risulta in netto disaccordo con i dati sperimentali. L'impiego dei parametri fragili ( $m=0$ ,  $s=0.11$ ), per i quali si ottiene una soglia deviatorica di circa 33 MPa, sovrastimano leggermente la resistenza del marmo, sempre considerando l'involuppo proposto dalla USL1 di Massa Carrara [1.1]. In base a questi risultati si può concludere che, nel caso del marmo di Carrara, la crack initiation threshold [1.1] viene ben interpolata da un involucro basato esclusivamente sulla coesione, che in termini dei parametri di Hoek-Brown si traduce in  $m_b=0$ . Assumendo l'involuppo dato dalla [1.1], si può quindi supporre che nel processo di rottura, coesione ed attrito non siano mobilitati contemporaneamente ma che tale processo sia inizialmente governato dalla componente coesiva, la quale si riduce gradualmente durante la propagazione della fratturazione all'interno dell'ammasso; mentre la componente attritiva può essere trascurata in questa fase iniziale del processo di rottura. È inoltre necessario sottolineare che i parametri fragili di Hoek-Brown sono stati stimati in base alle osservazioni fatte nell'ambito del tunnelling mentre il caso relativo alle cave di marmo costituisce un problema geo-ingegneristico ben diverso (ad esempio in condizioni di basso confinamento, la forma curvilinea del tunnel risulta favorevole riducendo la probabilità che si instaurino meccanismi di rottura). Ciò potrebbe giustificare il valore più basso del parametro  $s$  riscontrato per le cave di Carrara ( $s=0.04$ ) rispetto al parametro fragile ( $s=0.11$ ).

## 4 METODI EMPIRICI PER LA PROGETTAZIONE DI SCAVI SOTTERRANEI

L'obiettivo della progettazione di uno scavo sotterraneo è quello di ottenere un valore accettabile del fattore di sicurezza considerando tutti i molteplici fattori che possono avere un ruolo importante nello raggiungimento delle condizioni di rottura, quali il comportamento meccanico della roccia, lo stato di sollecitazione in situ, la geometria dello scavo, la presenza di fratture e piani di discontinuità, gli spostamenti ed il rilascio tensionale indotto dagli scavi. Allo stato attuale per la progettazione di uno scavo sotterraneo si possono utilizzare metodi empirici o metodi numerici: nel presente capitolo verranno analizzati e confrontati questi due strumenti nell'ambito della progettazione in ammassi rocciosi resistenti, cercando di metterne in luce i limiti di applicabilità ed i punti di forza.

### 4.1 Il Fattore di Sicurezza di un Pilastro

Negli scavi in sotterraneo l'obiettivo è quello di estrarre, in condizioni di sicurezza, la maggior quantità di materiale possibile e ciò dipende anche dalla qualità dell'ammasso. Al fine di non pregiudicare la stabilità dei vuoti che si vengono a creare, è prassi comune lasciare delle porzioni di roccia, i cosiddetti "pilastri", che sorreggono le camere create in seguito alle operazioni di scavo. I pilastri possono pertanto essere definiti come le porzioni di roccia che vengono lasciate in sito tra i vuoti sotterranei. La geometria dei pilastri e degli scavi può essere più o meno complessa, a seconda sia delle tecniche di scavo impiegate che delle formazioni rocciose, più o meno pregiate, che si incontrano. I pilastri che più frequentemente si trovano nelle cave in ammassi rocciosi massivi sono a sezione quadrata o rettangolare, oppure si trovano i diaframmi, cioè pareti in roccia che in genere separano due cavità distinte ed hanno uno sviluppo in lunghezza molto maggiore rispetto alla larghezza. Stabilire quando un pilastro ha raggiunto il limite di rottura non è sempre semplice: i pilastri subiscono generalmente un processo di deterioramento, che si manifesta inizialmente con il distacco di porzioni di roccia solo lungo gli spigoli, ma in questa fase in genere i pilastri possono ancora essere considerati stabili. La sezione del pilastro quindi si riduce e successivamente si possono verificare ulteriori distacchi lungo le pareti laterali del pilastro, il quale può ancora continuare a sopportare il carico ma viene considerato in una condizione di incipiente rottura. Se le fratture che generano questi piani di distacco si sviluppano e si propagano verso il centro del pilastro, si arriva alla completa rottura del pilastro stesso. Il carico, non potendo più essere sopportato dal pilastro, verrà trasferito ai pilastri limitrofi, con il possibile innesco di una serie di rotture a catena.

La stima del grado di sicurezza che un pilastro è in grado di offrire viene effettuata considerando due possibili tipi di rottura: la rottura del pilastro in compressione e la rottura per scivolamento lungo un piano. Per ciascuno è possibile determinare il relativo fattore di sicurezza, rispettivamente  $SF_c$  e  $SF_s$ . Il fattore di sicurezza del pilastro  $SF_p$  sarà dato dal minore dei due:

$$SF_p = \min[SF_c, SF_s] \quad [4.1]$$

Il fattore di sicurezza  $SF_c$  di un pilastro in compressione è definito come il rapporto tra la sua resistenza a compressione  $S_p$  e la pressione media  $\sigma_p$  che il pilastro deve sopportare, le quali possono essere determinate con uno dei metodi descritti nei successivi paragrafi.

$$SF_c = \frac{S_p}{\sigma_p} \quad [4.2]$$

Il fattore di sicurezza a taglio  $SF_s$  è definito come il rapporto tra la resistenza a taglio  $s_j$  lungo il piano considerato e lo sforzo di taglio  $\tau_j$  agente lungo lo stesso (Figura 31).

$$SF_s = \frac{s_j}{\tau_j} \quad [4.3]$$



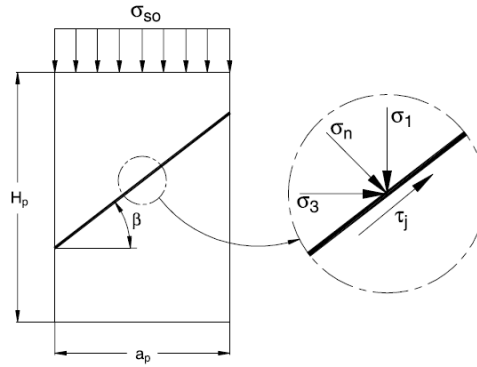


Figura 31 - Pilastro contenente un piano di debolezza (Gonzalez-Nicieza et al., 2006)

In base al criterio di Mohr-Coulomb si ha:

$$s_j = c_j + \sigma_n \cdot \tan \varphi_j \quad [4.4]$$

in cui è

$c_j, \varphi_j$  = coesione ed angolo di attrito lungo il piano di discontinuità;

$\sigma_n$  = sollecitazione diretta perpendicolarmente al piano di discontinuità

Sia  $\sigma_n$  che  $\tau_j$  possono essere calcolate conoscendo le sollecitazioni principali  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$  mediante le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} \tau_j &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \sin(2\beta) \\ \sigma_n &= \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \cos(2\beta) \end{aligned} \quad [4.5]$$

Per cui sostituendo nelle precedenti si ottiene

$$SF_s = \frac{c_j + \left[ \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \cos(2\beta) \right] \cdot \tan \varphi_j}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \sin(2\beta)} \quad [4.6]$$

Il fattore di sicurezza a taglio è quindi influenzato dallo stato di sollecitazione, in particolare dal valore di  $\sigma_3$ . Dato un piano di discontinuità, caratterizzato da certi valori di coesione ed angolo di attrito, fissato il valore di  $\sigma_1$  in base al peso degli strati sovrastanti il pilastro, il fattore di sicurezza  $SF_s$  sarà una funzione dell'angolo  $\beta$  e di  $\sigma_3$ . La Figura 32 (Gonzalez-Nicieza et al., 2006) mostra l'andamento di  $SF_s$  in funzione dell'angolo  $\beta$  della discontinuità per diversi valori della pressione di confinamento  $\sigma_3$ , avendo assunto  $\sigma_1 = 10$  MPa. Vi è un certo valore dell'angolo  $\beta$  per cui il fattore  $SF_s$  risulta minimo e tale valore varia in funzione del grado di confinamento. La Figura 33 mostra invece l'andamento dell'angolo  $\beta_{min}$  in funzione del confinamento per diversi valori della coesione considerando un angolo di attrito pari a  $45^\circ$ . Si nota che al crescere della pressione di confinamento  $\sigma_3$  l'influenza dei parametri resistenti della discontinuità (coesione ed angolo di attrito) diventa praticamente influente e  $\beta_{min}$  tende a  $45^\circ$ . Al decrescere di  $\sigma_3$  invece è possibile apprezzare un certo grado di influenza della coesione sull'andamento di  $\beta_{min}$ .

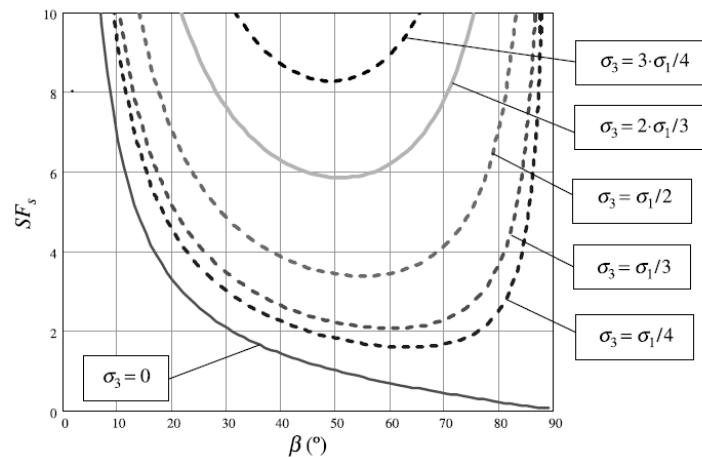


Figura 32 - Andamento del fattore di sicurezza a taglio in funzione dell'angolo di inclinazione  $\beta$  della discontinuità al variare della pressione di confinamento (Gonzalez-Nicieza et al., 2006)

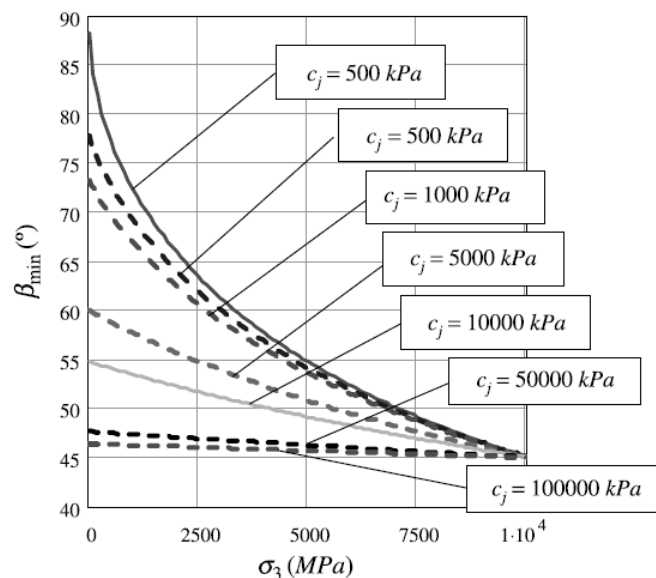


Figura 33 – Andamento di  $\beta_{min}$  (angolo di inclinazione della discontinuità che corrisponde al minimo valore del fattore di sicurezza  $SF_s$ ) in funzione di  $\sigma_3$  al variare della coesione (Gonzalez-Nicieza et al., 2006)

Inoltre, più alta è la coesione, minore sarà l'angolo di inclinazione della discontinuità per cui il fattore di sicurezza  $SF_s$  è minimo e questo angolo tende a  $45^\circ$ .

Come precedentemente specificato, il fattore di sicurezza di un pilastro sarà dato dal valore minore tra  $SF_c$  e  $SF_s$ . Mentre  $SF_c$  è costante per un dato pilastro una volta nota la geometria e le caratteristiche dell'ammasso,  $SF_s$  varia invece in funzione delle caratteristiche del piano di debolezza. La Figura 34 (Gonzalez-Nicieza et al., 2006) riporta l'andamento del fattore di sicurezza di un pilastro al variare dell'angolo di inclinazione  $\beta$  della discontinuità, considerando i parametri geometrici e meccanici riportati in Tabella 9. Il fattore di sicurezza a compressione del pilastro rimane costante e pari a 1.2.

Si osserva che per valori dell'angolo  $\beta$  minori di  $44^\circ$ , la stabilità del pilastro è dettata dalla sua resistenza a compressione mentre per valori di  $\beta$  compresi tra  $44^\circ$  e  $87^\circ$  si può verificare la rottura del pilastro per scivolamento lungo il piano di taglio. Il valore di  $\beta_{min}$  cui corrisponde il minimo fattore  $SF_s$  in questo caso è di  $76^\circ$ .

Una volta calcolato il fattore di sicurezza di un pilastro, sarà possibile effettuare una suddivisione degli stessi sulla base proprio del valore assunto da  $SF_p$ . Per un dato scavo a camere e pilastri si avrà quindi un certo intervallo di variabilità di  $SF_p$ : all'interno di questo sarà quindi necessario stabilire le soglie limite per cui un pilastro può essere considerato stabile, instabile oppure stabile ma in condizioni di incipiente instabilità. A tal proposito ad esempio gli autori (Gonzalez-Nicieza et al., 2006) hanno classificato i pilastri di marmo da loro analizzati sulla base del valore di  $SF_p$  considerando stabili quei pilastri con  $SF_p > 1.25$ , stabili ma in condizioni di incipiente instabilità quelli con  $0.90 < SF_p < 1.25$  ed infine instabili quelli con  $SF_p < 0.90$ .

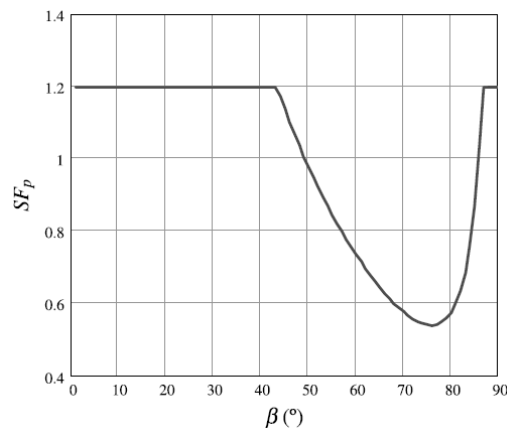


Figura 34 – Fattore di sicurezza di un pilastro in funzione dell'angolo di inclinazione  $\beta$  del piano di debolezza (Gonzalez-Nicieza et al., 2006)

Rock mass properties	$\gamma_t = 27 \text{ kN/m}^3$ $\sigma_c = 150 \text{ MPa}$ RMR = 75
Properties of the joint	$c_j = 1 \text{ MPa}$ $\phi_j = 45^\circ$
Geometrical characteristics	$H_p = 20 \text{ m}$ $a_p = 15 \text{ m}$ $a_c = 20 \text{ m}$ $H = 100 \text{ m}$
Stress on the pillar as a function of its tributed area	$\sigma_{so} = 7.35 \text{ MPa}$
Compressive strength of the rock mass using Sheorey	$\sigma_{cm} = 28.65 \text{ MPa}$
Compressive strength of the pillar (using Hedley)	$S_p = 11.73 \text{ MPa}$
Compression safety factor of the pillar	$SF_c = 1.2$

Tabella 9 – Proprietà meccaniche e geometriche di pilastri (Gonzalez-Nicieza et al., 2006)

## 4.2 Le Sollecitazioni nei Pilastri

Lo stato tensionale in un pilastro dipende da molteplici fattori quali lo stato tensionale in sito, fattori geometrici, la presenza di piani di discontinuità e la posizione del pilastro stesso all'interno di una distribuzione di pilastri. Una corretta stima dello stato di sollecitazione non può quindi prescindere da una corretta valutazione dei suddetti parametri, la quale però risulta molto spesso difficoltosa, onerosa e non priva di incertezze. Si pensi ad esempio alla stima dello stato tensionale in sito, che è stata ampiamente analizzata nel Capitolo 2. Si è visto come, in prima approssimazione, l'intensità dello sforzo verticale in sito possa essere assunto come il peso dell'unità di volume della roccia sovrastante moltiplicato per la profondità del punto considerato. Tale assunzione perde però molto spesso la sua validità proprio in prossimità di cavità sotterranee o di piani di discontinuità, ma in assenza di più attendibili stime e/o misure dirette in sito, può comunque fornire un primo valore di riferimento. La tensione orizzontale in sito può essere invece calcolata mediante il coefficiente  $k$ , dato dal rapporto tra la tensione principale orizzontale e quella verticale (Capitolo 1), ma anch'esso ha un range di variabilità piuttosto ampio (Figura 4). Per una rapida stima dello stato di sollecitazione di un pilastro, viste le molteplici variabili in gioco si preferisce molto spesso adottare metodi approssimati semplificati quali il "metodo dell'area tributaria". In alternativa è possibile ricorrere a metodi numerici.

### 4.2.1 Il metodo dell'Area Tributaria

Il metodo dell'area tributaria si basa su nozioni elementari di equilibrio statico. Esso risulta molto semplice e speditivo e può quindi risultare utile per una rapida stima dello stato di sollecitazione medio in un pilastro. Secondo tale metodo, il carico su un dato pilastro può essere calcolato considerando il peso della colonna verticale di roccia che grava sul pilastro stesso e sulla sua "area di influenza", calcolata quest'ultima in base alla distribuzione e alla geometria dei pilastri limitrofi, secondo gli analoghi concetti applicati nel campo delle costruzioni civili. Considerando una distribuzione regolare di pilastri rettangolari, secondo il metodo dell'area tributaria, la sollecitazione media sul pilastro evidenziato in Figura 35 sarà:

$$\sigma_p = \gamma H \cdot \left(1 + \frac{W_0}{W_p}\right) \cdot \left(1 + \frac{L_0}{L_p}\right) \quad [4.7]$$

dove

$\sigma_p$  = sollecitazione media agente sul pilastro

$\gamma$  = peso dell'unità di volume della roccia sovrastante

H = spessore dello strato roccioso soprastante

$W_0$  = larghezza dello scavo

$L_0$  = lunghezza dello scavo

$W_p$  = larghezza del pilastro

$L_p$  = lunghezza in pianta del pilastro.

Nel caso di pilastro a sezione quadrata la [4.7] si semplifica in:

$$\sigma_p = \gamma H \left(1 + \frac{W_0}{W_p}\right)^2 \quad [4.8]$$

Il metodo dell'area tributaria è applicabile in presenza di una ampia distribuzione regolare di pilastri simili. Le migliori approssimazioni del reale stato di sollecitazione dei pilastri si ottengono in presenza di ampi depositi rocciosi uniformi stratificati orizzontalmente. In questi casi infatti possono essere stimate con buona approssimazione le componenti di sollecitazione sull'ammasso. Alcuni autori hanno proposto metodi modificati che tengono conto dell'inclinazione del corpo minerario e di uno stato di sollecitazione triassiale (Pariseau, 1982) (Szwilski, 1982) (Hedley & Grant, 1972).

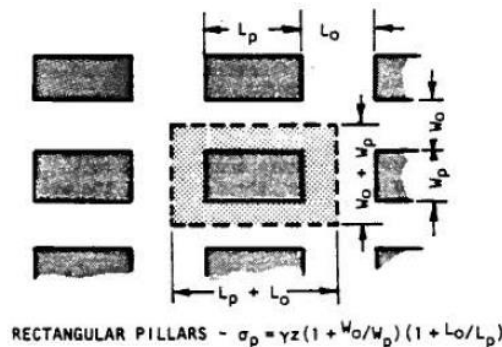


Figura 35 – Geometria di una distribuzione di pilastri rettangolari con indicazione del carico sopportato dal pilastro centrale secondo il metodo dell'area tributaria (Hoek e Brown, 1980)

Un'altra grandezza di pratico interesse nel settore estrattivo è il cosiddetto rapporto di estrazione (Extraction Ratio,  $r$ ), definito dal rapporto tra l'area interessata dallo scavo e l'area totale del corpo minerario.

$$r = [(W_p + W_0) \cdot (L_0 + L_p) - W_p L_p] / (W_p + W_0) \cdot (L_0 + L_p) \quad [4.9]$$

Data la definizione di  $r$ , si capisce che esso acquista significato pratico soprattutto in presenza di corpi minerari a stratificazione orizzontale. Con pochi semplici passaggi dalla [4.7] si ottiene:

$$\sigma_p = \gamma H \cdot \frac{1}{1-r} \quad [4.10]$$

Nell'applicare il metodo dell'area tributaria per la stima dello sforzo assiale in un pilastro non bisogna dimenticare le limitazioni che ne derivano. Prima di tutto la sollecitazione assiale media in un pilastro è semplicemente una grandezza convenzionale, che ci fornisce una stima del carico sopportato dal pilastro in una specifica direzione. La stima del reale stato di sollecitazione in un pilastro è cosa ben più complessa che necessita di un'analisi completa e accurata. In secondo luogo il metodo dell'area tributaria prende in considerazione la sola componente di carico parallela all'asse del pilastro prima dell'esecuzione dello scavo, trascurando le componenti lungo altre direzioni. In alcuni casi una tale semplificazione può portare a risultati totalmente irreali. Infine si sottolinea il fatto che il metodo dell'area tributaria non prende assolutamente in considerazione la posizione del pilastro all'interno di una più ampia distribuzione di pilastri, ovvero non tiene conto del fatto che lo stato di sollecitazione può cambiare a seconda che consideri un pilastro centrale o un pilastro disposto al margine della distribuzione, al limite dell'area estrattiva.

### 4.3 Formule Empiriche per la Progettazione di Pilastri in Rocce Resistenti

Le formule empiriche disponibili in letteratura derivano da operazioni di analisi retrograda sui dati relativi a casi realmente osservati e documentati di rotture di pilastri, cercando le curve di resistenza che meglio interpolano i suddetti dati. Generalmente queste formule mettono in relazione grandezze geometriche del pilastro con la resistenza della roccia intatta costituente il pilastro stesso mediante formule del tipo:

$$S_p = S_0 \left[ A + B \left( \frac{W_p^\alpha}{H_p^\beta} \right) \right] \quad [4.11]$$

dove

$S_p$  = resistenza del pilastro

$S_0$  = termine legato alla resistenza della roccia intatta costituente il pilastro

$A, B, \alpha, \beta$  = costanti empiriche

$W_p$  = larghezza del pilastro

$H_p$  = altezza del pilastro.

Le formule empiriche vengono inoltre distinte tra “Shape effect formulae” e “Size effect formulae”. Le prime assumono implicitamente che pilastri aventi il medesimo rapporto tra larghezza ed altezza abbiano la stessa resistenza, indipendentemente dal volume del pilastro e che la relazione tra la resistenza del pilastro  $S_p$  ed il rapporto  $W_p/H_p$  sia di tipo lineare. In questo caso la [4.11] diventa:

$$S_p = S_0 \cdot \left[ A + B \left( \frac{W_p}{H_p} \right) \right] \quad [4.12]$$

Le “Size effect formulae” si presentano invece nella forma generale:

$$S_p = S_0 \cdot \frac{W_p^\alpha}{H_p^\beta} \quad [4.13]$$

secondo cui, mantenendo la stessa forma ma aumentando le dimensioni di un pilastro, si ha una diminuzione della resistenza dello stesso. Diversi autori hanno proposto la loro formula di resistenza secondo tale forma: la Tabella 10 riporta i valori delle costanti empiriche  $\alpha$  e  $\beta$  suggerite da ciascuno.

Autore	$\alpha$	$\beta$
Steart (1954)	0.5	1.0
Holland-Gaddy (1962)	0.5	1.0
Greenwald et al. (1939)	0.5	0.833
Hedley & Grant (1972)	0.5	0.75
Salamon & Munro (1967)	0.46	0.66
Bieniawski (1968)	0.16	0.55
Sheorey et al. (1987) (per pilastri snelli)	0.5	0.86

Tabella 10 – Costanti empiriche per le “Size effect formulae” proposte da vari autori (Lunder, 1994)

Di seguito si riportano le formule empiriche selezionate nello specifico per la progettazione di pilastri in rocce resistenti.

*Shape effect formulae”*

Hudyma (1988)

Krauland and Soder (1987)

Sjoberg (1992)

*“Size effect formulae”*

Hedley and Grant (1972)

Potvin, Hudyma and Miller (1989)

Vonn Kimmelman, Hyde and Madgwick (1984)

*Altre formule:*

Lunder and Pakalnis (1997)

In realtà esse rappresentano solo una piccola parte delle formule disponibili in letteratura ed è stato pertanto necessario un lavoro di analisi e selezione. La grande maggioranza delle formule è stata infatti sviluppata per

ambiti diversi da quello in oggetto, come quello delle miniere di carbone e risultano pertanto inapplicabili al caso in esame. Infatti è difficile trovare database sufficientemente ampi contenenti dati relativi a rotture di pilastri in rocce resistenti tali da permettere le necessarie analisi di back calculation. Inoltre, come già precedentemente rilevato, le geometrie degli scavi rendono difficoltosa la stima dei carichi agenti. Si riporta di seguito una breve descrizione delle proposte selezionate dei vari autori e brevemente riassunte in Tabella 11.

Hudyma (1988) ha raccolto ed elaborato i dati relativi alle cave sotterranee in rocce resistenti in Canada. Il suo database conteneva 47 diaframmi che sono stati suddivisi e classificati in tre gruppi: i diaframmi stabili, i pilastri che possono ancora sopportare dei carichi ma che stanno già subendo un processo di danneggiamento ed infine i pilastri che hanno ormai raggiunto il limite di rottura. L'autore ha riportato in un grafico i dati raccolti: il rapporto tra la larghezza e l'altezza del pilastro ( $W_p/H_p$ ) e il carico stimato agente sul pilastro stesso (Figura 36). È stato così possibile individuare sul grafico stesso le aree corrispondenti ai tre gruppi in cui sono stati classificati i pilastri. Conoscendo quindi i dati geometrici di un dato pilastro ed il carico agente, il grafico di Hudyma permette di fare una previsione sul comportamento dello stesso.

Krauland e Soder (1987) hanno raccolto i loro dati dalle cave della Groenlandia. Per fittare i loro dati essi hanno utilizzato la stessa formula proposta da Obert e Duvall (Obert & Duvall, 1967) per i pilastri di carbone:

$$S_p = S_0 \cdot \left[ 0.778 + 0.222 \left( \frac{W_p}{H_p} \right) \right] \quad [4.14]$$

dove

$S_0$  = resistenza di un pilastro avente  $W_p/H_p=1$ .

Krauland e Soder (1987) hanno stimato un valore di  $S_0$  pari a 35.4 MPa per un ammasso roccioso avente una resistenza a compressione  $\sigma_c$  pari a 100 MPa.

Analogamente a Krauland e Soder (1987), Sjöberg (1992) ha utilizzato la formula [4.14] per la resistenza dei pilastri. Il suo database conteneva pilastri a strato (sill pillars) costituiti da un ammasso avente una resistenza a compressione uniassiale  $\sigma_c$  di 240 MPa; per i quali l'autore ha stimato un valore di  $S_0$  pari a 74 MPa (Figura 37).

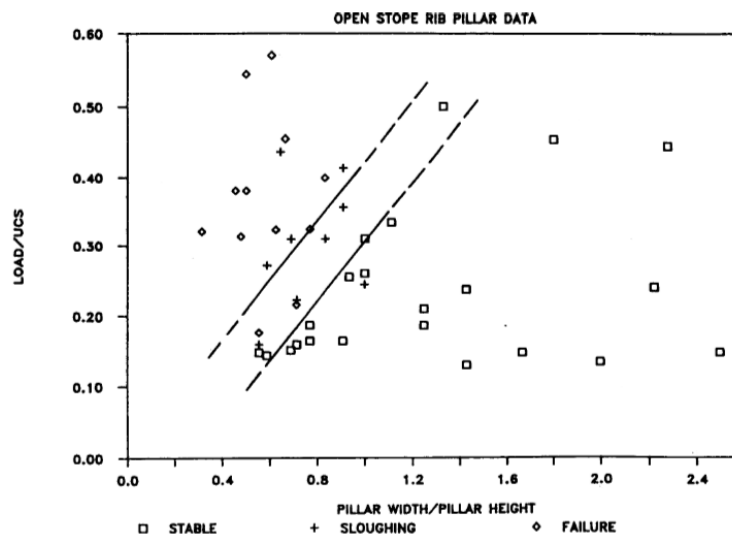


Figura 36 – Diagramma di stabilità dei pilastri (Hudyma, 1988)

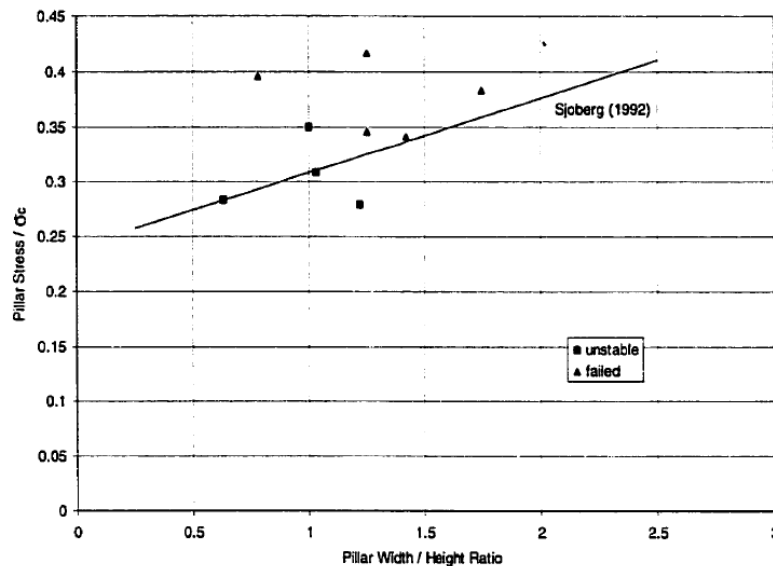


Figura 37 - Diagramma di stabilità dei pilastri secondo Sjöberg (1992)

Per quanto riguarda invece le “Size effect formulae”, come già precedentemente specificato, ne sono state selezionate tre: quella di Hedley and Grant (1972), quella di Potvin, Hudyma & Miller (1989) ed infine quella di Vonn Kimmelmann, Hyde and Madgwick (1984). Il lavoro di Hedley e Grant (1972) per lo studio dei pilastri in rocce resistenti è stato tra i primi: essi hanno analizzato i pilastri delle cave canadesi di uranio, che è una roccia molto resistente con un valore della resistenza a compressione uniassiale  $\sigma_c$  pari a 230 MPa. Il loro database è costituito da 28 pilastri situati a profondità variabili tra 150 e 1040 metri. I 28 pilastri sono stati suddivisi in tre gruppi: quelli stabili (23 pilastri), quelli parzialmente stabili (2 pilastri) e quelli che hanno ormai raggiunto il limite di rottura (3 pilastri). L'interpolazione dei dati a loro disposizione ha portato alla seguente formulazione:

$$S_p = S_0 \frac{W_p^{0.5}}{H_p^{0.75}} \text{ [MPa]} \quad [4.15]$$

con l'ormai noto significato della simbologia.  $S_0$  rappresenta la resistenza di un cubo unitario di roccia per il quale gli autori hanno stimato un valore di 133 MPa. È necessario specificare che lo sviluppo di una formula del tipo “Size Effect” come quella di Hedley and Grant (1972) richiede un database contenente un numero di pilastri di dimensioni variabili in un range piuttosto ampio. In realtà i pilastri analizzati dagli autori erano tutti pressochè delle medesime dimensioni, pertanto l'impiego di una formula di questo tipo non risulta pienamente giustificato.

In Potvin, Hudyma & Miller (1989) sono riportati i risultati delle analisi sui dati raccolti per i diaframmi nelle miniere canadesi. La formula proposta è:

$$S_p = 0.4162 \sigma_c \frac{W_p}{H_p} \quad [4.16]$$

Autore	$S_p$ [MPa]	$S_0$ [MPa]	$\sigma_c$ [MPa]	Anno	Rock Mass	Pilastri
Krauland-Soder	$S_p = S_0 \cdot \left( 0.778 + 0.222 \cdot \frac{H_p}{W_p} \right)$	$0.354 \sigma_c$	100	1987	Limestone	14
Sjöberg	$S_p = S_0 \cdot \left( 0.778 + 0.222 \cdot \frac{H_p}{W_p} \right)$	$0.308 \sigma_c$	240	1992	Limestone/Skarn	9
Hedley-Grant	$S_p = S_0 \cdot \frac{W_p^{0.5}}{H_p^{0.75}}$	$0.578 \sigma_c$	230	1972	Quartzites	28
Potvin-Hudyma-Miller	$S_p = S_0 \cdot \frac{W_p}{H_p}$	$0.420 \sigma_c$	-	1989	Canadian Shield	23
Kimmelmann et al.	$S_p = S_0 \cdot \frac{W_p^{0.46}}{H_p^{0.66}}$	$0.691 \sigma_c$	94	1984	Metasediments	57
Lunder-Pakalnis	$S_p = S_0 \cdot (0.68 + 0.52 \cdot k)$	$0.44 \sigma_c$	-	1997	Hard rocks	178

Tabella 11 - Formule empiriche per il calcolo della resistenza di pilastri in rocce resistenti

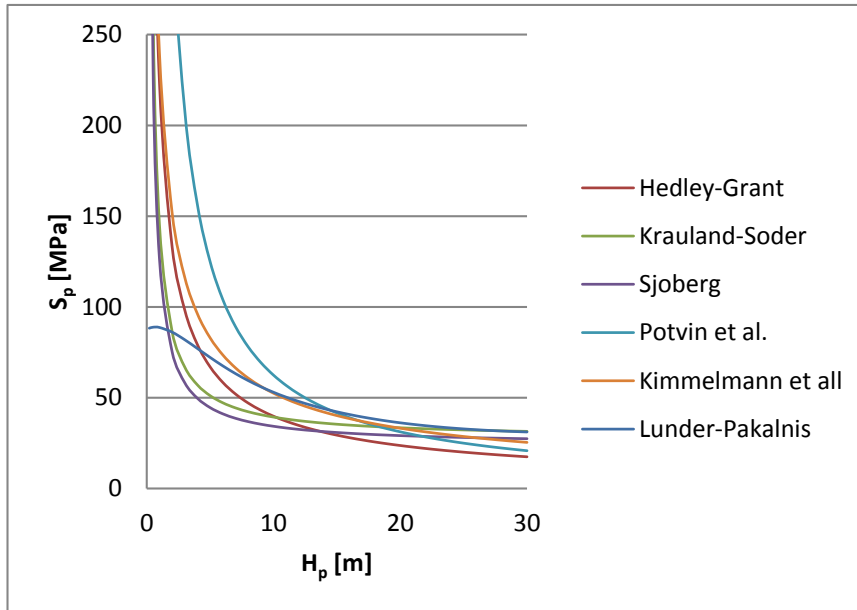


Figura 38 - Andamento della resistenza  $S_p$  di un pilastro 15 x 15 m in funzione della sua altezza  $H_p$

Infine, tra le “Size effect formulae” si riporta quella di Vonn Kimmelman, Hyde e Madgwick (1984), i quali costruirono un database di 57 pilastri di solfuri massicci (con una resistenza a compressione uniassiale di 94.1 MPa), di cui 47 a sezione quadrata e 10 diaframmi. Dai dati raccolti ricavarono la formula di resistenza:

$$S_p = 65 \cdot \frac{W_p^{0.66}}{H_p^{0.46}} \text{ MPa} \quad [4.17]$$

in cui  $S_0=65$  MPa rappresenta la resistenza di un cubo unitario di roccia.

L'ultima formula proposta è quella di Lunder e Pakalnis (1997). Essi raccolsero in un unico database i dati relativi principalmente a diaframmi provenienti da diverse cave in roccia resistente, rielaborando quindi i dati già proposti precedentemente da altri autori, giungendo alla formula seguente:

$$S_p = 0.44 \cdot \sigma_c \cdot (0.68 + 0.52 \cdot k) \quad [4.18]$$

in cui, oltre al significato già noto dei simboli è:

$$k = \tan \left[ \cos^{-1} \left( \frac{1 - C_{pav}}{1 + C_{pav}} \right) \right] \quad [4.19]$$

$C_{pav}$  = confinamento medio del pilastro;

definito come il rapporto tra la tensione media principale minima e massima a metà altezza del pilastro. Il confinamento medio del pilastro può essere determinato come segue:

$$C_{pav} = 0.46 \cdot \left[ \log \left( \frac{W_p}{H_p} + 0.75 \right) \right]^{\frac{1.4}{(W_p/H_p)}} \quad [4.20]$$

La Figura 38 riporta l'andamento della resistenza di un pilastro a sezione quadrata 15x15 m<sup>2</sup> al variare della sua altezza secondo le diverse formule sopra riportate. Si ricorda che ciascuna formula deriva da un database con dati ricavati da uno specifico sito e per uno specifico ammasso roccioso con determinate caratteristiche.

#### 4.3.1 Analisi Numeriche e Metodi Empirici: i Parametri Fragili di Hoek-Brown

Per un ammasso roccioso resistente di buone qualità, il processo di degradazione a partire da fenomeni di sfogliamento e slabbing, può essere descritto da una curva sforzi deformazioni del tipo riportato in Figura 39 (Hoek e Brown, 1997). In seguito a questo processo, a meno che non si verifichino crolli per fenomeni gravitativi, l'ammasso roccioso si comporterà come un materiale privo di coesione e la sua resistenza sarà data dalla componente attritiva, secondo quanto già riportato nel paragrafo 3.4.



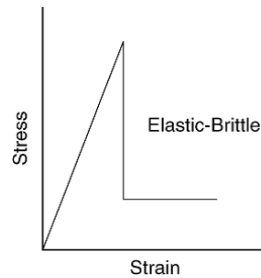


Figura 39 – Curva caratteristica sforzi-deformazioni per un ammasso roccioso resistente di buone qualità (Martin e Maybee, 2000)

Un tale comportamento post-picco si traduce nei già noti parametri fragili di Hoek-Brown ( $m=1$ ,  $s=0.001$ ). Nel paragrafo precedente sono state descritte le analisi effettuate da diversi autori su pilastri in roccia resistente. Nello specifico, la Figura 40 riporta i risultati ottenuti dalle elaborazioni di Hedley e Grant (1972) (vedi paragrafo 4.1.3). Nella stessa figura si nota che i pilastri sono stati suddivisi dagli stessi autori tra pilastri stabili, pilastri che hanno ormai raggiunto la rottura e pilastri che si sono solo parzialmente rotti. La sollecitazione agente su ciascun pilastro è stata stimata mediante analisi elastica. In realtà una volta iniziato il processo di rottura, si assiste ad una redistribuzione delle sollecitazioni con una migrazione degli sforzi dal pilastro ormai rotto verso i pilastri adiacenti. Martin e Maybee (2000) hanno effettuato una serie di analisi numeriche bidimensionali mediante il programma agli elementi finite Phase2 (RocScience) al fine di determinare la resistenza dei pilastri utilizzando il criterio di Hoek-Brown ed hanno poi confrontato i loro risultati con quelli stimati da Hedley e Grant mediante l'equazione [4.15]. I risultati sono visibili nella stessa Figura 40. Si nota che, per valori del rapporto  $W/H$  compresi tra 0.5 ed 1.5, i risultati numerici sembrano in accordo con le osservazioni in sito. Per valori del rapporto  $W/H$  maggiori di 1.5, i risultati numerici sembrano sovrastimare la resistenza del pilastro rispetto alla formula [4.15].

Un confronto analogo al precedente è stato inoltre effettuato utilizzando il database di pilastri di Lunder e Pakalnis (1997), che conteneva pilastri aventi diverse caratteristiche di resistenza. Martin e Maybee (2000) hanno così suddiviso i pilastri in tre gruppi, a seconda del valore del parametro GSI ( $GSI=40$ ,  $GSI=60$  e  $GSI=80$ ) e la Figura 41 riporta i risultati delle loro analisi numeriche (Phase2 – RocScience) utilizzando il criterio di Hoek-Brown. La stessa figura riporta anche la curva di Hedley e Grant. Si nota come quest'ultima sia in buon accordo con la curva proposta da Lunder e Pakalnis. Al contrario i risultati numerici, ottenuti utilizzando il tradizionale criterio di Hoek-Brown, sembrano in netto disaccordo con le curve proposte dagli autori, sovrastimando la resistenza dei pilastri.

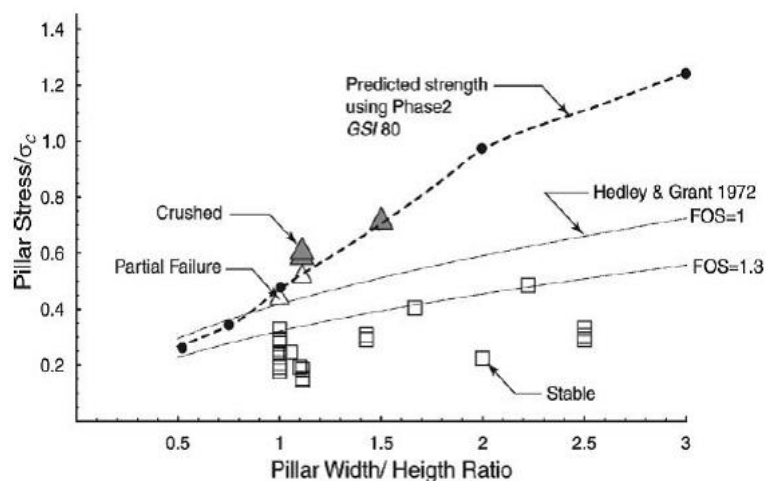


Figura 40 – Confronto tra la resistenza dei pilastri stimata mediante analisi numeriche e quella ricavata dalle osservazioni in sito in alcune miniere Canadesi (Martin e Maybee, 2000)

Le osservazioni svolte da diversi autori (Pritchard e Hedley, 1993) (Hudson et al., 1972), (Martin e Chandler, 1994) suggeriscono che il processo di rottura dei pilastri inizi con dei processi di sfogliatura causati dalle intense sollecitazioni mentre solo successivamente, una volta che si sono formati dei piani di frattura, si verificano scivolamenti lungo gli stessi. In base alle suddette osservazioni e vista la scarsa corrispondenza tra i precedenti risultati numerici ed i dati sperimentali, Martin (1997) propone l'impiego dei parametri fragili di

Hoek-Brown nelle analisi numeriche (paragrafo 3.5), presupponendo che un tale comportamento dell'ammasso sia da imputare ad una iniziale perdita di coesione, con conseguente sfogliatura (spalling).

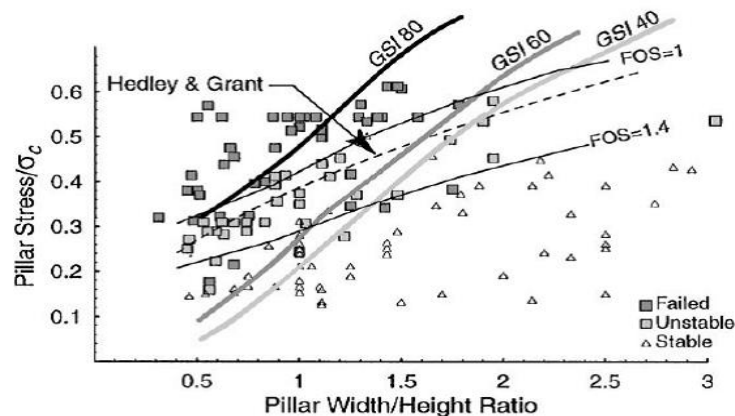


Figura 41 - Confronto tra i valori di resistenza stimati da Lunder e Pakalnis, quelli stimati mediante analisi numerica e quelli osservati nelle miniere canadesi (Martin e Maybee, 2000)

Il processo di rottura sarebbe quindi inizialmente governato da una progressiva riduzione della componente coesiva della resistenza durante la quale la roccia si frattura e la componente attritiva può essere trascurata, almeno in prossimità della superficie libera, dove il confinamento è pressoché nullo. Martin e Maybee (2000) hanno effettuato una serie di analisi numeriche utilizzando il programma BEM Examine 2D ed i parametri fragili di Hoek-Brown. I risultati (Figura 42) ottenuti per via numerica risultano in accordo con le curve empiriche di Lunder e Pakalnis (1997) e di Hedley e Grant (1972), soprattutto per pilastri aventi rapporti  $W_p/H_p$  inferiori a 1.5, valore al di sotto del quale si verificano gran parte delle rotture.

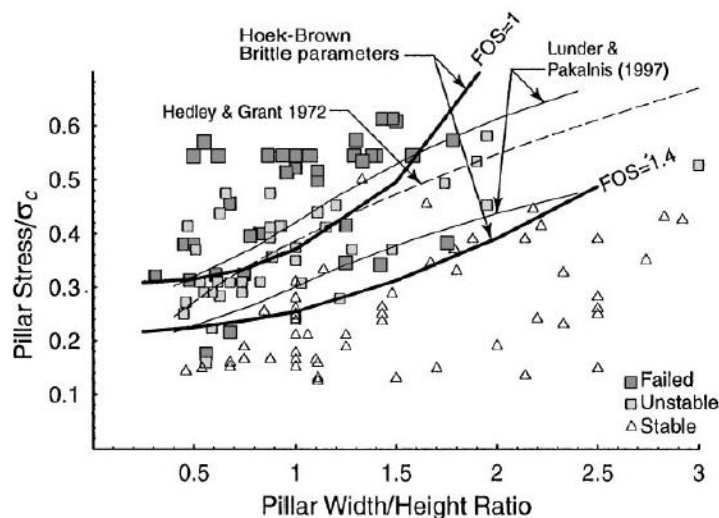


Figura 42 – Formule empiriche (Lunder e Pakalnis, Hedley e Grant) a confronto con le analisi numeriche utilizzando i parametri fragili di Hoek-Brown (Martin e Maybee, 2000)

La Figura 43 riporta un analogo confronto considerando anche altre formule empiriche proposte da altri autori (paragrafo 4.1.3). Lo scostamento tra i risultati numerici e quelli empirici che si osserva per rapporti  $W_p/H_p > 2$  può essere imputato al fatto che, in questi casi, il confinamento al centro del pilastro non è più trascurabile e l'impiego dei parametri fragili di Hoek-Brown non risulta appropriato. Inoltre si sottolinea il fatto che i casi di rottura di pilastri aventi  $W_p/H_p > 2$  sono piuttosto rari ed i database utilizzati per ricavare le formule empiriche contengono pilastri situati a profondità generalmente inferiori ai 600 m, per cui è preferibile limitare l'impiego delle formule empiriche per i pilastri aventi  $W_p/H_p < 2$  e profondità inferiori almeno ai 1000 m.

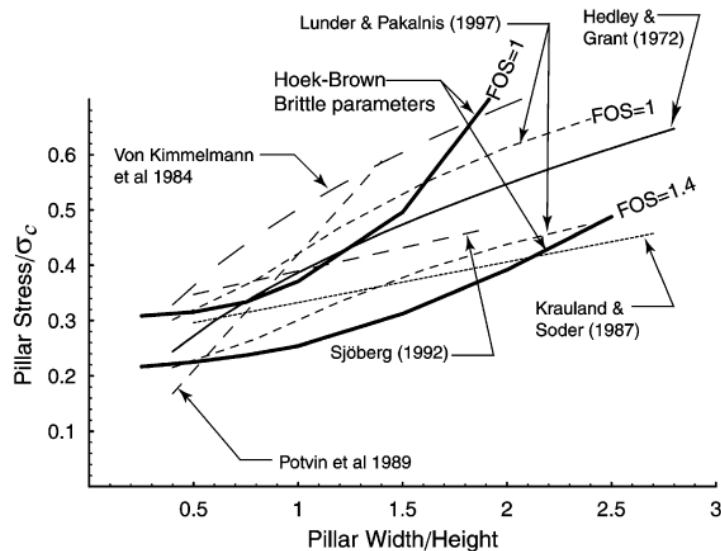


Figura 43 – Formule empiriche a confronto con le analisi numeriche utilizzando i parametri fragili di Hoek-Brown (Martin e Maybee, 2000)

#### 4.4 La Resistenza di un Pilastro in base all'Indice RMR

Il termine  $S_0$  che compare nelle formule empiriche (paragrafo 4.1.3) rappresenta la resistenza dell'unità di volume di roccia e viene generalmente espresso come frazione della resistenza a compressione  $\sigma_c$ . Il suo valore è determinante nella stima della resistenza di un pilastro  $S_p$  ma accade spesso che ammassi rocciosi molti fratturati assumano praticamente lo stesso valore di  $S_0$  assunto da ammassi resistenti poco fratturati. Per questo motivo alcuni autori (Gonzalez-Nicieza et al., 2006) hanno proposto la seguente formula per la stima di  $S_0$ :

$$S_0 = \sigma_{cm} = \sigma_c \cdot e^{\frac{RMR-100}{20}} \quad [4.21]$$

in cui la resistenza dell'unità di volume di roccia viene sostituita con la resistenza a compressione dell'ammasso roccioso  $\sigma_{cm}$ , determinata scalando opportunamente la resistenza a compressione  $\sigma_c$  della roccia in base al valore assunto dall'indice RMR (Rock Mass Rating di Bieniawski) secondo il criterio proposto da Sheorey (Sheorey, 1997). L'indice RMR può assumere un valore compreso tra 0 e 100, a seconda della qualità dell'ammasso roccioso (RMR = 100 per un ammasso di ottime qualità).

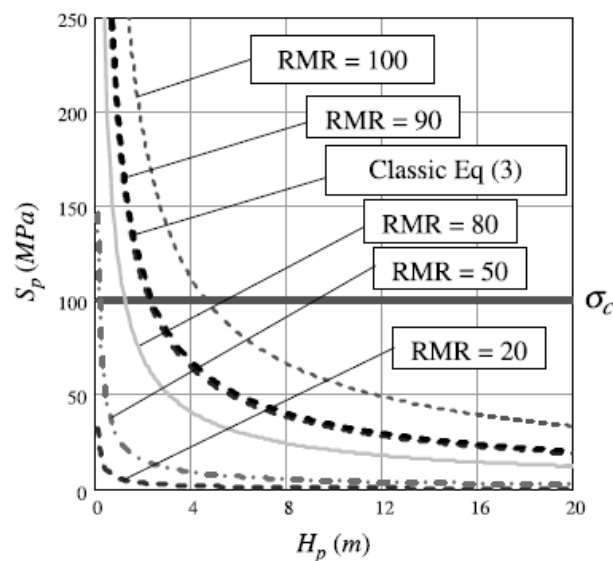


Figura 44 – Resistenza di un pilastro  $S_p$  considerando  $S_0 = \sigma_{cm}$ , RMR = 50 e  $\sigma_c = 100$  MPa (Gonzalez-Nicieza et al., 2006)

La migliore approssimazione tra la formula empirica classica di Hedley e Grant con  $S_0$  pari a  $0.578\sigma_c$  (Tabella 11) e la stessa formula utilizzando però per  $S_0$  la [4.21], si ha per un valore di RMR di circa 90. Per un ammasso roccioso costituito da una matrice rocciosa avente  $\sigma_c=100$  MPa è praticamente impossibile raggiungere un valore di RMR così elevato. La formula di Hedley e Grant pertanto tende a sovrastimare la resistenza del pilastro soprattutto per valori di RMR medio-bassi. La Figura 44 riporta l'andamento della resistenza di un pilastro  $S_p$  in base alla formula di Hedley e Grant secondo la sua classica formulazione (Classic Eq.3) e secondo la formulazione [4.21] considerando un ammasso costituito da una matrice rocciosa con  $\sigma_c = 100$  MPa ed un RMR rispettivamente pari a 20, 50, 80, 90, 100.

Gli stessi autori (Gonzalez-Nicieza et al., 2006) hanno inoltre pubblicato un interessante caso di studio che riguarda una cava di marmo di Alicante (Spagna). La cava in oggetto rappresenta sicuramente un caso particolare per la regolarità della sua geometria. L'obiettivo del loro lavoro era quello di testare l'applicabilità delle formule empiriche ad una cava di marmo: essi hanno determinato il fattore di sicurezza di una distribuzione di pilastri, sia in compressione che a taglio, mediante la [4.2] e la [4.6]. La resistenza  $S_p$  è stata stimata con la formula di Hedley e Grant (1972) mediante la [4.21]. In base alle loro analisi, i metodi empirici sovrastimano la resistenza dei pilastri per valori di RMR medio-bassi e tale problema può essere aggirato utilizzando alti fattori di sicurezza. Del resto però il metodo impiegato risulta rapido e facilmente applicabile, anche se poco adatto per i pilastri situati al margine della distribuzione o vicini a pilastri che hanno ormai raggiunto il collasso.

#### 4.5 La Rigidezza Locale della Cava Sotterranea

Il collasso di un pilastro si verifica una volta superato il limite di resistenza che è in grado di offrire, in accordo con l'andamento post-picco della sua curva sforzi-deformazioni ed il fattore di sicurezza del pilastro, per il quale si rimanda al paragrafo seguente, diventa minore di uno. Una volta oltrepassata la resistenza di picco, si assisterà ad un processo di rottura che può essere di tipo stabile o instabile. Basandosi sull'analogia tra un provino di roccia in laboratorio con il relativo sistema di carico ed un pilastro in sito soggetto al carico dell'ammasso circostante, Salomon (1970) ha definito un criterio per stabilire il modo in cui si esplicherà l'eventuale processo di rottura. L'energia che viene rilasciata nel momento della rottura dipende dalla rigidezza locale della cavità nell'intorno del pilastro stesso. Dal confronto tra la rigidezza locale della cava ( $K_{LMS}$ ) con la rigidezza post-picco del pilastro ( $K_p$ ) si possono verificare due possibili casi (Figura 45):

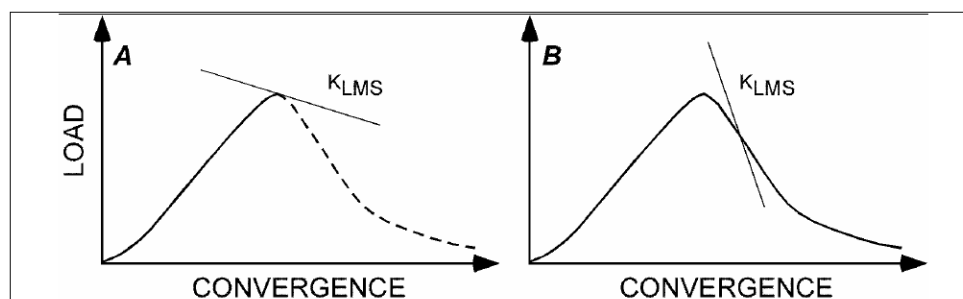


Figura 45 – Rottura di tipo instabile (A) e di tipo stabile (B) (Zipf, 2001)

In un primo caso la rigidezza  $K_{LMS}$  risulta maggiore di  $K_p$ : la rottura sarà di tipo stabile e l'energia che viene liberata sarà completamente assorbita dal processo di fratturazione. Al contrario, nel caso in cui la rigidezza locale della cava sia piuttosto bassa e comunque inferiore a quella del pilastro ( $K_{LMS} < K_p$ ) si avrà una rottura fragile, in cui l'energia sarà sprigionata nel crollo del pilastro piuttosto che assorbita dal processo di fratturazione ed il processo di rottura viene classificato come instabile.

Secondo Hoek e Brown (1980) al crescere del rapporto  $W_p/H_p$  tra larghezza e altezza di un pilastro, la curva sforzi-deformazioni nel suo tratto post-picco rifletterà un comportamento sempre più duttile. Pertanto, più un pilastro è tozzo, tanto minore dovrà essere la rigidezza locale dell'ambiente circostante affinché la rottura si verifichi in maniera instabile e violenta. In ogni caso, se la rigidezza  $K_p$  può essere stimata per analogia con il provino caricato in laboratorio, la stima della rigidezza  $K_{LMS}$  risulta piuttosto difficile.

## 5. ANALISI NUMERICHE

La modellazione numerica, suffragata da misure sperimentali in situ e test di laboratorio, risulta ad oggi un valido strumento per i progettisti per la valutazione di diverse soluzioni operative. I metodi numerici possono essere classificati in due grandi gruppi: i metodi al continuo ed i metodi discontinui. Per quanto riguarda la prima categoria, nel presente lavoro è stato utilizzato il metodo degli elementi finiti (FEM) mentre, della seconda categoria fa parte il metodo degli elementi discreti (DEM). Il metodo degli elementi finiti si basa sulla schematizzazione di una struttura continua in un insieme di elementi di volume finito, che non si compenetrano e che sono connessi tra loro mediante un certo numero di punti detti nodi. Il metodo degli elementi discreti vede le sue prime applicazioni proprio nel campo della meccanica delle rocce. Il sistema viene schematizzato in questo caso come un insieme di corpi indipendenti che interagiscono attraverso i punti di contatto. Il presente lavoro ha messo in luce le grandi potenzialità dei modelli numerici confrontati con i metodi empirici analizzati nei paragrafi precedenti. Per la modellazione FEM è stato principalmente usato il codice di calcolo PLAXIS mentre per le analisi DEM è stato utilizzato 3DEC. Il confronto diretto tra i due approcci di modellazione ha messo in evidenza la grande importanza che riveste la scelta dei parametri della modellazione, che, anche se apparentemente scontata, può condurre a conclusioni sbagliate e deve essere fondata su un buon grado di conoscenza del problema esaminato.

### 5.1 I Criteri di resistenza utilizzati nelle analisi

#### 5.1.1 Il Criterio di Mohr-Coulomb

Il criterio di resistenza di Mohr-Coulomb è un criterio lineare molto diffuso ed utilizzato, soprattutto grazie alla semplicità della sua formulazione ed alla facile applicazione ai casi di studio. Esso può essere impiegato per descrivere la resistenza a taglio della matrice rocciosa, delle discontinuità e degli ammassi rocciosi. In termini di tensioni efficaci la sua espressione nel piano  $\tau$ - $\sigma_n$  assume la forma:

$$\tau = c + \sigma_n \cdot \tan \phi \quad [5.1]$$

in cui

$c$  = coesione relativa alla roccia intatta

$\sigma_n$  = tensione normale totale agente

$\phi$  = angolo di attrito lungo il piano di discontinuità.

In Figura 46 è rappresentato l'andamento del suddetto criterio con l'indicazione grafica dei relativi simboli. Il termine  $\sigma_t$  indica la resistenza a trazione della roccia intatta. Nel piano delle tensioni principali  $\sigma_1$ - $\sigma_3$  la sua espressione diventa invece:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{2c \cdot \cos \phi}{\sigma_3(1 - \sin \phi)} + \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad [5.2]$$

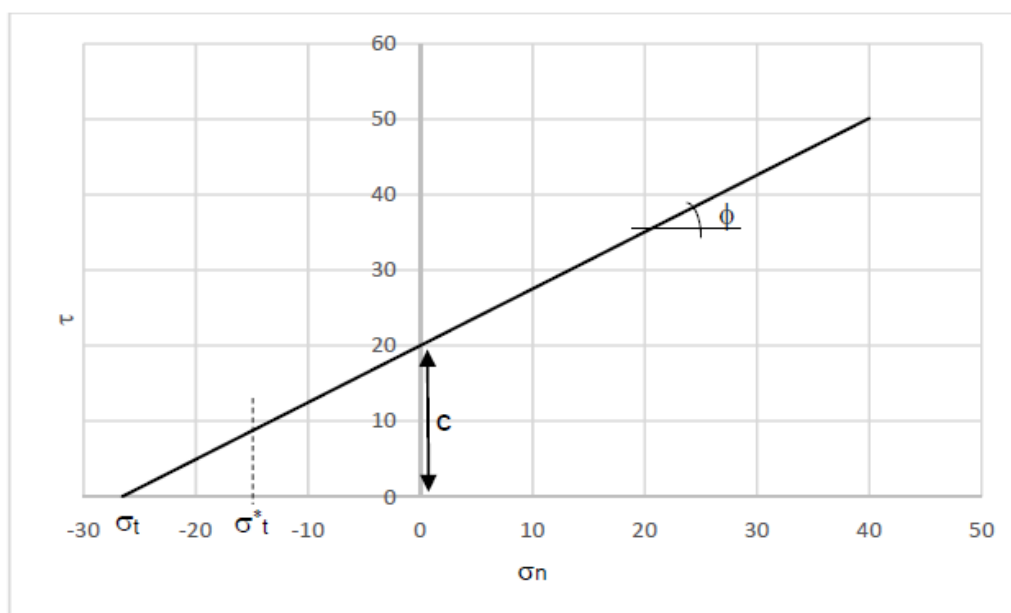


Figura 46 – Criterio lineare di resistenza a taglio di Mohr-Coulomb nel piano  $\tau$ - $\sigma_n$

Il criterio di Mohr-Coulomb, come già anticipato nel Capitolo 3, esprime la resistenza al taglio come somma di due termini, uno coesivo ed uno attritivo. Nel momento in cui viene superata la resistenza per coesione si genera una frattura per taglio. La resistenza attritiva si esplica invece nel momento in cui si ha scorrimento lungo il piano di taglio precedentemente formatosi.

In genere tale criterio sovrastima la resistenza a trazione  $\sigma_t$  della roccia, per cui nelle varie elaborazioni si rende necessario fare riferimento al valore di  $\sigma_t^*$  ricavato da prove di laboratorio, ove disponibili, limitando quindi la superficie di rottura in corrispondenza del suddetto valore.

### 5.1.2 Il Criterio di Hoek Brown

Il criterio di Hoek e Brown (1980) e Hoek et al. (1995) è sicuramente tra i criteri più conosciuti nella meccanica delle rocce per ammassi fratturati. Esso può essere espresso nel seguente modo, in termini di tensione principale maggiore  $\sigma_1$  e minore  $\sigma_3$  (Figura 47):

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \left( m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^{0.5} \quad [5.3]$$

dove

$\sigma_c$  = resistenza a compressione semplice della matrice rocciosa intatta

$m$  = costante empirica adimensionale dell'ammasso roccioso

$s$  = costante empirica adimensionale dell'ammasso roccioso.

Tale criterio assume che il comportamento a rottura di un ammasso possa essere assimilato a quello di un mezzo continuo equivalente.

Le costanti  $m$  ed  $s$  possono essere adeguatamente scalate a seconda del tipo di roccia in esame e dall'assetto geologico-strutturale dell'ammasso ( $s=1$  per la roccia intatta), secondo quanto riportato in Tabella 12. Il parametro  $m_i$  è relativo a campioni di roccia intatta.

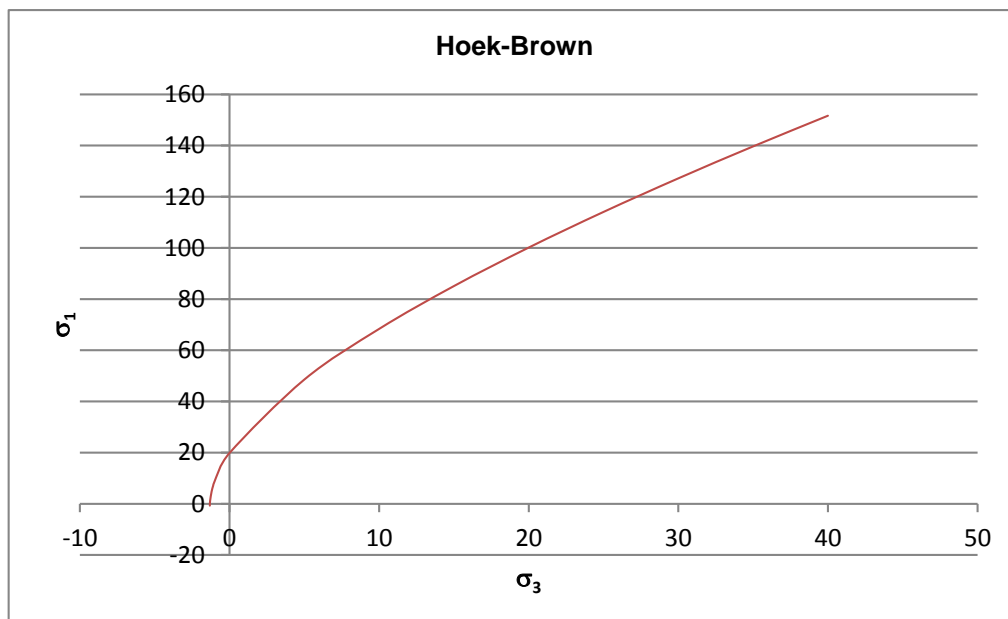


Figura 47 - Andamento dell'involuppo di resistenza secondo il criterio di Hoek-Brown

Joint Surface Condition		Very Good	Good	Fair	Poor	Very Poor
Barton's Jr/Ja		3 to 5	1 to 3	0.3 to 1	0.05 to 0.3	< 0.05
Rockmass Structure		rough clean tight	rough stained	smooth altered	slick weathered filled	Very slick Weathered gouge
Blocky RQD/Jn > 7.5	m/m <sub>i</sub>	0.60	0.40	0.26	0.16	0.08
Very well interlocked, s	s	0.19	0.062	0.015	0.003	0.0004
Undisturbed rockmass E (GPa)	E (GPa)	75	40	20	9	3
Consisting of cubical blocks: v	v	0.20	0.20	0.25	0.25	0.25
3 orthogonal joint sets						
Very Blocky RQD/Jn = 0.25-7.5	m/m <sub>i</sub>	0.40	0.29	0.16	0.11	0.07
Interlocked, partially s	s	0.062	0.021	0.003	0.001	0
disturbed with polyhedral E (GPa)	E (GPa)	40	24	9	5	2.5
angular blocks formed from v	v	0.2	0.25	0.25	0.25	0.3
4 or more joint sets						
Extremely Blocky/Seamy RQD/Jn < 0.25	m/m <sub>i</sub>	0.24	0.17	0.12	0.08	0.06
Foiled and faulted with many s	s	0.012	0.004	0.001	0	0
Intersecting discontinuities E (GPa)	E (GPa)	18	10	6	3	2
Forming angular blocks v	v	0.25	0.25	0.25	0.3	0.3

Tabella 12 - Parametri di resistenza di Hoek-Brown per ammassi rocciosi (Hoek et al. 1995)

L'impiego sempre più ampio del criterio e la sua applicazione in vari ambiti ha indotto gli autori a cercare una nuova formulazione più pratica del criterio stesso, basata sul sistema di classificazione geomeccanica GSI (Geological Strength Index). È stato così proposto il seguente criterio generalizzato (Hoek et al., 2002):

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \left( m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^a \quad [5.4]$$

dove:

$\sigma_c$  = resistenza a compressione semplice della matrice rocciosa intatta

$m_b$  = costante empirica adimensionale dell'ammasso roccioso

$s$  = costante empirica adimensionale dell'ammasso roccioso

$a$  = costante empirica adimensionale dell'ammasso roccioso.

Nella formulazione [3.8] del criterio del 2002 le costanti  $m_b$ ,  $s$  ed  $a$  sono definite in funzione del parametro GSI e del fattore di disturbo D dell'ammasso roccioso in seguito alle operazioni di scavo secondo le seguenti espressioni:

$$m_b = m_i \exp \left( \frac{GSI-100}{28-14D} \right) \quad [5.5]$$

$$s = \exp \left( \frac{GSI-100}{9-3D} \right) \quad [5.6]$$

$$a = 0.5 + \frac{1}{6} \left( e^{-GSI/15} - e^{-20/3} \right) \quad [5.7]$$

dove

$m_i$  = costante empirica adimensionale della matrice rocciosa intatta

GSI = Geological Strength Index

D = fattore di disturbo dell'ammasso roccioso.

Il parametro D è variabile tra 0 (ammassi rocciosi non disturbati) ed 1 (ammassi rocciosi fortemente disturbati).

Il criterio di Hoek-Brown viene quindi utilizzato per esprimere la resistenza di ammassi rocciosi fratturati, la cui qualità può variare adottando gli opportuni valori dei diversi parametri. Osservando le suddette equazioni sopra riportate si è deciso di indagare circa l'influenza che rivestono i parametri quali la costante empirica adimensionale della matrice rocciosa intatta  $m_i$ , il parametro GSI (Geological Strength Index), il fattore di disturbo D e la resistenza a compressione semplice della matrice rocciosa intatta  $\sigma_c$ . A tal fine è stata impiegata sia una specifica opzione del programma agli elementi finiti PLAXIS 3D AE, il Soil Test e RocLab 1.0 (RocScience). Il Soil Test consente di simulare delle semplici prove di laboratorio a livello di punto

d'integrazione senza la necessità di creare un vero e proprio modello agli elementi finiti. Specificando il modello che ci interessa indagare (in questo caso Hoek-Brown), mediante il Soil Test è possibile fare un confronto tra il comportamento di un certo materiale descritto da un suo specifico set di parametri con i risultati del test di laboratorio. RocLab invece è un software di uso gratuito molto intuitivo che implementa la versione del 2002 del criterio di Hoek-Brown (equazione [5.4]) e consente di visualizzare rapidamente gli effetti delle variazioni dei parametri dell'ammasso sulla forma dell'involuppo di rottura. Per ciascuno dei parametri analizzati, è stato considerato un opportuno range di variabilità:

$4 < m_i < 24$   
 $20 < GSI < 80$   
 $0 < D < 1$   
 $50 < \sigma_c < 200$

I quattro parametri indagati sono stati fatti variare alternativamente all'interno del range prefissato mantenendo costanti gli altri tre. I risultati ottenuti mediante i due programmi impiegati sono del tutto analoghi: le seguenti figure permettono di notare direttamente l'influenza dei parametri indagati sull'andamento dell'involuppo.

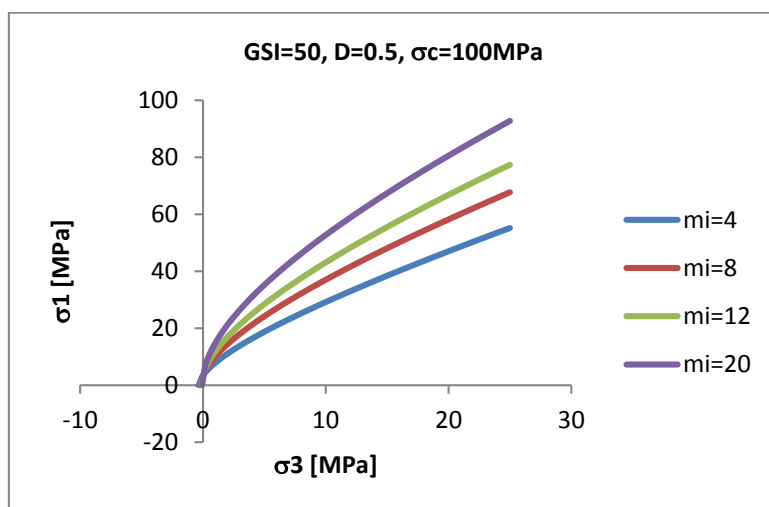


Figura 48 – Influenza della costante  $m_i$  sull'andamento del criterio di resistenza di Hoek-Brown

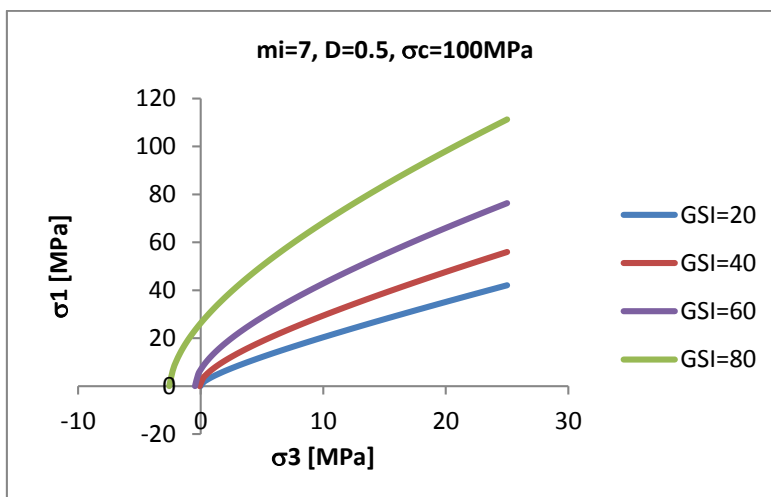


Figura 49 - Influenza del parametro GSI sull'andamento del criterio di resistenza di Hoek-Brown



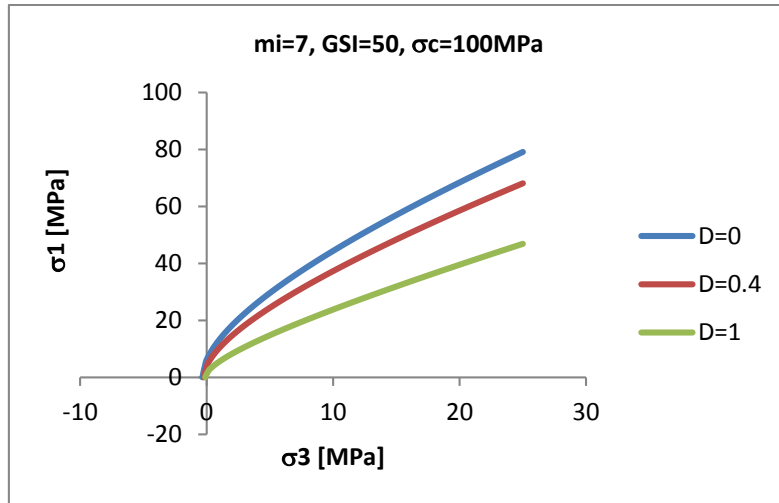


Figura 50 - Influenza del parametro  $D$  sull'andamento del criterio di resistenza di Hoek-Brown

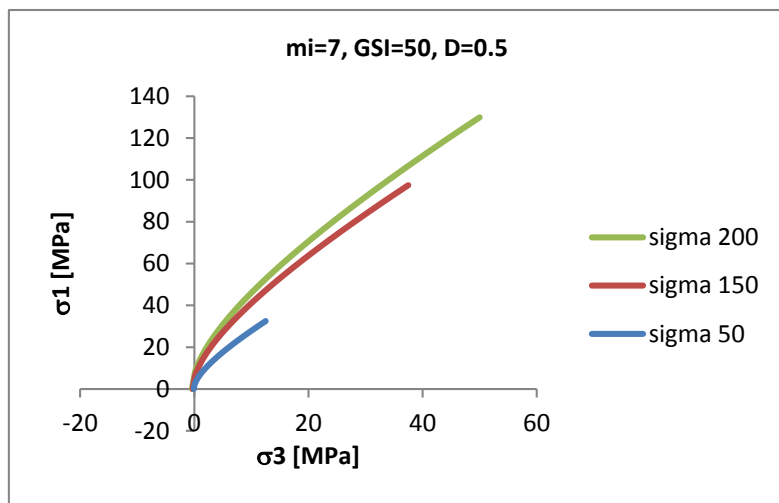


Figura 51 - Influenza della resistenza a compressione della roccia inatta sull'andamento del criterio di resistenza di Hoek-Brown

### 5.1.3 Il criterio di Tresca

Il criterio di rottura di Tresca fu inizialmente formulato per i metalli e viene usato in geotecnica come criterio di rottura in termini di sforzi totali. In termini di tensioni principali totali, assumendo  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ , secondo tale criterio si ha:

$$\sigma_1 - \sigma_3 - 2c_u = 0 \quad [5.8]$$

Tale formulazione deriva dall'equazione più generale della tensione tangenziale [5.2] espressa in termini di tensioni principali, ponendo uguale a 0 l'angolo di attrito. In questo caso (equazione [5.8]) il parametro  $c$  della coesione è riportato con il pedice  $u$  per indicare che si tratta della coesione non drenata. Infatti il criterio di Tresca in geotecnica viene impiegato in riferimento alle condizioni non drenate (undrained). Nello spazio delle tensioni principali  $\sigma_1$ - $\sigma_2$ - $\sigma_3$ , la superficie di rottura associata al criterio di Tresca corrisponde ad un prisma retto a base esagonale, con l'asse coincidente con la trisettrice dell'ottante positivo (Figura 52). La sua intersezione con il piano  $\sigma_3 = 0$  è di forma esagonale irregolare e costituisce il limite di resistenza per stati di tensione piani (Figura 53).

Il criterio di Tresca è stato utilizzato indirettamente per implementare il criterio di resistenza [1.1] proposto dalla UOIM di Massa Carrara nel codice di calcolo PLAXIS. Per fare ciò è stato adottato il criterio di Mohr-Coulomb, il quale, in condizioni non drenate, considerando  $c_u = 10$  MPa ed un angolo di attrito  $\phi = \phi_u = 0$ , si riduce proprio al noto criterio di Tresca.

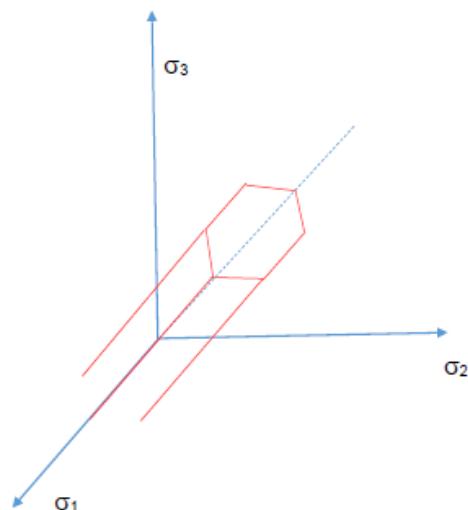


Figura 52 – Rappresentazione del criterio di Tresca nello spazio delle tensioni principali

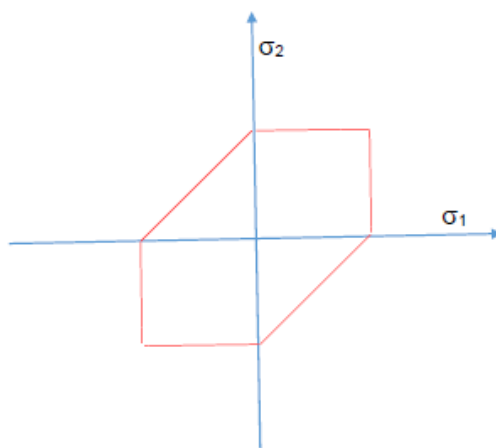


Figura 53 - Rappresentazione del criterio di Tresca nel piano delle tensioni principali  $\sigma_1$ - $\sigma_2$

## 5.2 Analisi Numeriche agli Elementi Finiti

Le formule empiriche analizzate nel Capitolo 4 costituiscono senza dubbio un metodo piuttosto rapido e speditivo per valutare il fattore di sicurezza che un pilastro in roccia può offrire. Inoltre, l'applicazione di tali formule implica la conoscenza di pochi dati di input che sono in genere facilmente reperibili per un addetto ai lavori. A fronte di ciò è necessario però fare anche alcune considerazioni. In alcuni casi le dimensioni del database utilizzato per ricavare la formula non è tale da giustificare l'estrapolazione della stessa, a causa del ridotto numero di pilastri analizzato. Inoltre molto spesso vengono considerati alla stessa stregua pilastri di tipo differente, come i pilastri a sezione quadrata ed i diaframmi, mentre in realtà il loro comportamento è diverso. Infine è necessario considerare che questi metodi trascurano totalmente la posizione occupata dal pilastro all'interno di un'ampia distribuzione di pilastri, quindi non considerano se un certo pilastro è situato al margine della cava o se si tratta di un pilastro centrale, oppure ancora se si trova vicino ad un pilastro che ha già raggiunto il collasso. Pertanto il loro utilizzo risulta piuttosto limitato ed è necessario utilizzare tali formule con le dovute cautele. Inoltre, la realizzazione di uno scavo sotterraneo per l'estrazione di pietre ornamentali, come nel caso del bacino estrattivo di Carrara, segue in primis "regole" di mercato, cosicché lo scavo viene esteso laddove è localizzato il materiale d'interesse. Questo porta spesso allo sviluppo di cave sotterranee dalla geometria complessa e irregolare, per cui il metodo dell'area tributaria per il calcolo delle sollecitazioni agenti (paragrafo 4.2.1) risulta scarsamente applicabile.

In questi casi le analisi numeriche possono rappresentare un utile strumento per la progettazione di scavi sotterranei. Sono state pertanto svolte una serie di analisi numeriche agli elementi finiti, al fine di analizzare la possibilità di estendere i limiti di una progettazione empirica e di vedere le possibilità che offre la

modellazione numerica. In particolare nelle modellazioni svolte è stata considerata la caratterizzazione meccanica del marmo di Carrara.

Le analisi svolte sono le seguenti:

Analisi numeriche agli elementi finiti mediante il codice di calcolo PLAXIS 2D.

Analisi numeriche agli elementi finiti mediante il codice di calcolo PLAXIS 3D.

Analisi numeriche agli elementi finiti mediante il codice di calcolo Phase (Rocscience)

### 5.2.1 Analisi bidimensionali: PLAXIS 2D

L'obiettivo di queste analisi è soprattutto quello di analizzare criticamente l'affidabilità ed i limiti di un'analisi bidimensionale, utilizzando un approccio di modellazione di tipo continuo, nonché di testare le potenzialità del programma. Lo studio ha riguardato la realizzazione di modelli numerici semplici, soprattutto dal punto di vista geometrico, ma pratici per lo svolgimento di analisi di tipo parametrico. Quest' ultime possono costituire un valido aiuto per la corretta scelta dei molteplici dati di input di un modello finale che possa simulare il comportamento di un ammasso roccioso. Infatti, a valle del tipo di modellazione che si vuole svolgere (continua o discontinua), è necessario adottare un opportuno criterio di resistenza ed una legge costitutiva per l'ammasso nonché tutta la relativa serie di parametri opportunamente stimati. Durante lo svolgimento delle suddette analisi, particolare attenzione è stata inoltre rivolta alla variazione dei fattori di sicurezza del modello al variare dei parametri geometrici in gioco.

I modelli realizzati mediante il software PLAXIS 2D (versione PLAXIS 2D AE.02), al di là delle molteplici varianti analizzate, sono fondamentalmente due: la distribuzione geometrica di camere e diaframmi e la simulazione di uno scavo con la realizzazione un diaframma centrale.

Inizialmente, al fine di acquisire una maggiore dimestichezza con il software, è stata svolta anche la modellazione di un singolo pilastro, avente una larghezza di 15 m ed altezza variabile (7.5; 10; 15; 30 m). Il modello, con le opportune condizioni al contorno, è stato analizzato sia in condizioni assialsimmetriche (equivalente ad un pilastro circolare avente un diametro di 15 m) che in condizioni di deformazione piana (diaframma) e, quale criterio di resistenza, sono stati utilizzati sia quello di Hoek-Brown che quello di Mohr-Coulomb. Il fattore di sicurezza del pilastro è stato calcolato utilizzando la specifica opzione *Safety* del programma PLAXIS. Tale opzione, mediante il metodo *c/phi reduction* attua una graduale riduzione dei parametri di resistenza al taglio per step successivi fino al raggiungimento delle condizioni di rottura. Il fattore di sicurezza risulterà quindi essere:

$$SF = \frac{\text{available strength}}{\text{strength at failure}}$$

Parameter	Name	Value	Unit
General			
Material model	Model	Hoek-Brown	-
Type of material behaviour	Type	Non-porous	-
Soil unit weight	$\gamma_{\text{unsat}}$	27	KN/m <sup>3</sup>
Initial void ratio	$e_{\text{init}}$	0,5	-
Parameters			
Young's modulus	E	6,00E+07	KN/m <sup>2</sup>
Poisson's ratio	$\nu$	0,25	-
Uniaxial compressive strength	$\sigma_{\text{ci}}$	1,00E+05	KN/m <sup>2</sup>
Material constant for the intact rock	$m_i$	8,5	-
Geological strength index	GSI	65	-
Disturbance factor	D	0	-

Tabella 13 - Parametri introdotti nel modello utilizzando il criterio di rottura di Hoek-Brown

Parameter	Name	Value	Unit
General			
Material model	Model	Mohr-Coulomb	-
Type of material behaviour	Type	Non-porous	-
Soil unit weight	$\gamma_{\text{unsat}}$	27	KN/m <sup>3</sup>
Initial void ratio	$e_{\text{init}}$	0.5	-
Parameters			
Young's modulus	E	6.00E+07	KN/m <sup>2</sup>
Poisson's ratio	$\nu$	0.25	-
Cohesion	$c_{\text{ref}}$	2.47E+03	KN/m <sup>2</sup>
Friction angle	$\varphi$	49.51	°
Dilatancy angle	$\Psi$	0	°

Tabella 14 - Parametri introdotti nel modello utilizzando il criterio di rottura di Mohr-Coulomb

Per ciascun modello si hanno quindi due fasi di calcolo: quella di applicazione del carico (Phase 1) e quella in cui il pilastro viene portato a rottura per riduzione dei parametri di resistenza (Phase 2, Safety Calculation). I parametri introdotti nel modello sono rispettivamente sintetizzati in Tabella 13 per il criterio di Hoek-Brown ed in Tabella 14 per quello di Mohr-Coulomb.

Il primo modello effettivo, realizzato in condizioni di deformazione piana, consiste in una distribuzione regolare di 9 diaframmi contenuti all'interno di un blocco di dimensioni 595m x 315 m incastrato alla base. L'altezza dei diaframmi è di 15 m mentre la distanza  $W_0$  tra di essi è 16 m. La distanza tra il bordo dello scavo ed il bordo esterno del blocco è 10 volte la larghezza del pilastro, quindi 150m. È stato utilizzato il criterio di Hoek-Brown con i medesimi parametri riportati in Tabella 13. Non sono stati applicati carichi esterni per cui le sollecitazioni sui pilastri sono dovute al solo carico gravitazionale ovvero all'effetto di 150 m di roccia soprastante il pilastro. La Figura 54 riporta la distribuzione della tensione verticale  $\sigma_1$  dopo la prima fase di applicazione del carico mentre in Figura 55 è riportata la distribuzione della medesima dopo la *Safety Calculation*. Il fattore di sicurezza è pari a 7.9. Mantenendo poi le stesse dimensioni del blocco è stato progressivamente ridotto il numero dei pilastri da 9 a 1, eliminando quelli più esterni. I fattori di sicurezza ( $\Sigma M_{sf}$ ) e le tensioni principali al centro del pilastro mediano sono riportate in Tabella 15.

Rib Pillars	Point's Coordinates		Phase 1	Phase 2
	x	y	$\sigma_1$ [MPa]	$\Sigma M_{sf}$
9	236.0	153.7	8.17	7.91
7	235.0	155.5	7.82	8.54
5	235.0	155.5	7.74	9.22
3	235.0	155.5	7.56	10.05
1	235.0	159.5	6.98	10.73

Tabella 15 - Tensione totale  $\sigma_1$  al centro del pilastro mediano e fattori di sicurezza del modello per diverse distribuzioni di pilastri

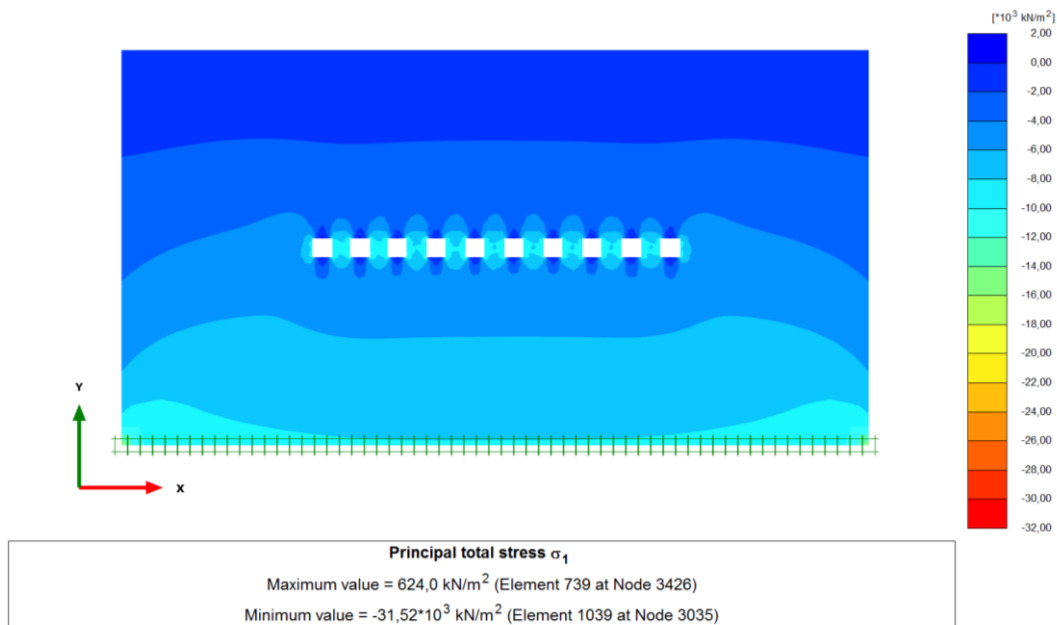


Figura 54 - Distribuzione della tensione principale  $\sigma_1$  dopo la fase di applicazione del carico

Infine, con l'ultimo modello realizzato, si intende simulare l'escavazione di una camera nella quale viene lasciato un pilastro centrale, all'interno di un blocco di dimensioni 250x250 m incastrato alla base.

I risultati delle analisi numeriche relativi alla modellazione di scavi cosiddetti a camere e pilastri possono essere affetti dalla distanza tra il margine della camera di coltivazione e l'estremità del blocco che la contiene. Al fine di marginare tale effetto sono state eseguite alcune analisi che hanno permesso di stabilire un valore accettabile di tale distanza.

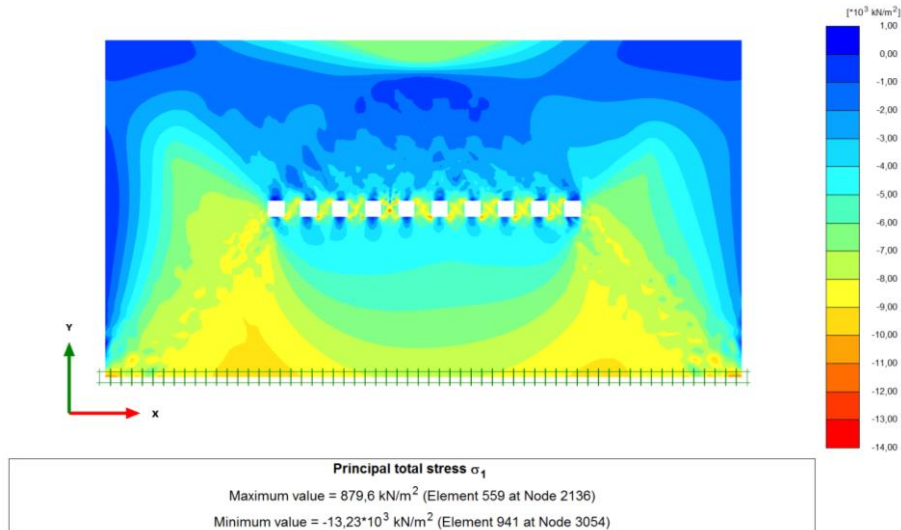


Figura 55 - Distribuzione della tensione principale  $\sigma_1$  dopo la Safety Calculation

Il blocco oggetto di scavo contiene un diaframma alto 45 m e largo 15 m all'interno di una camera larga 75 m. Si è considerata una larghezza complessiva del blocco variabile tra 150 e 600m (150 m, 250 m, 500 m, 600 m) (Figura 56).

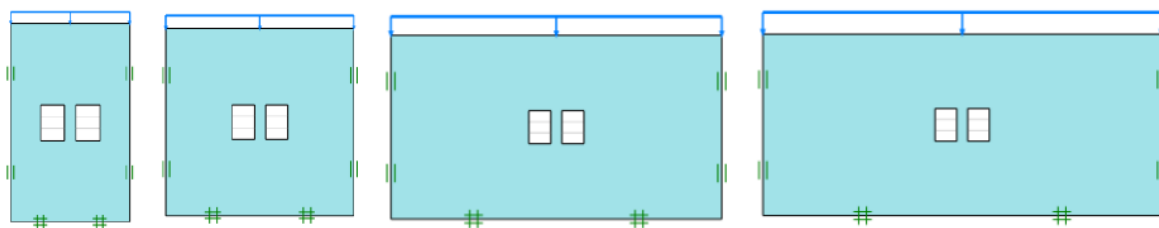


Figura 56 - Schematizzazione delle varianti del modello ( $W = 150, 250, 500, 600 \text{ m}$ )

Tra i vari output del modello sono stati considerati i valori della tensione principale maggiore  $\sigma_1$  e della tensione principale minore  $\sigma_3$  al centro del diaframma. I valori sono riportati nella seguente tabella insieme alle variazioni percentuali delle suddette tensioni rispetto ai valori ottenuti per il blocco largo 600 m.

W [m]	$\sigma_1$ [MPa]	$\sigma_3$ [MPa]	$\Delta\sigma_1$ [%]	$\Delta\sigma_3$ [%]
150	29.05	0.06	6.48	13.11
<b>250</b>	<b>27.33</b>	<b>0.05</b>	<b>0.57</b>	<b>9.83</b>
500	27.07	0.05	0.38	5.70
600	27.17	0.05	0.00	0.00

Tabella 16 - Variazione delle sollecitazioni nel pilastro al variare della distanza dal margine esterno del modello

In ammassi rocciosi resistenti i valori delle sollecitazioni a rottura sono piuttosto elevati per cui un errore del 10% nella stima delle sollecitazioni ottenute mediante modellazione numerica può essere ritenuto accettabile. Pertanto la distanza tra il margine esterno del modello ed il margine della camera di coltivazione può essere considerato all'incirca pari a 3 volte la distanza tra il pilastro ed il margine della camera. Nelle seguenti analisi si è pertanto considerato un blocco avente una ampiezza complessiva di 250 m ( $250 \times 250 \text{ m}$ ).

Le camere, aventi ciascuna una larghezza  $W_0$  di 30 m, vengono scavate in tre fasi successive: si comincia con uno scavo di 15 m durante la prima fase ed in ciascuna delle fasi successive lo scavo viene approfondito di altri 15 m. Il diaframma centrale, largo 15 m, avrà quindi una altezza finale di 45 m. Il modello è stato realizzato in condizioni di deformazione piana.

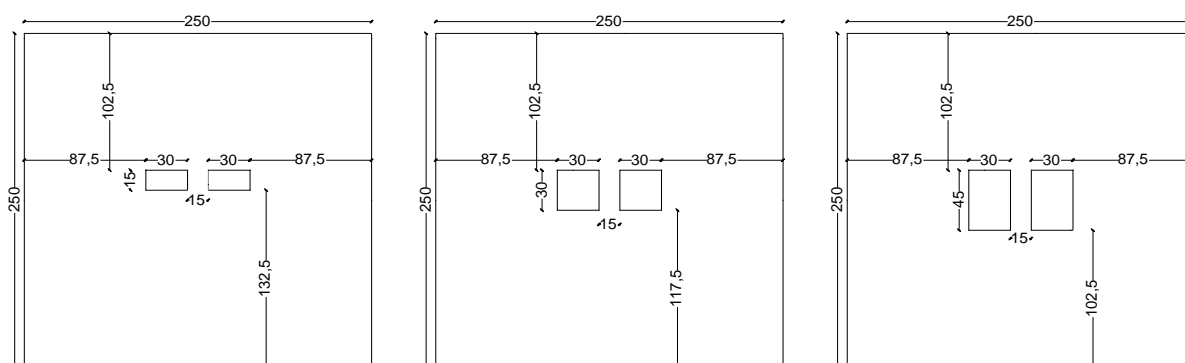


Figura 57 - Rappresentazione schematica delle tre successive fasi di scavo con le relative dimensioni geometriche del modello riportate in m

Si è scelto di utilizzare il criterio di rottura di Hoek-Brown ed i parametri introdotti sono:

$$\sigma_{ci} = 100 \text{ MPa}$$

$$m_i = 8.5$$

$$GSI = 100$$

$$D = 0$$

$$\gamma = 27 \text{ KN/m}^3$$

$$E = 60.000 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.25$$

Sul blocco sono stati applicati carichi esterni come indicato schematicamente in Figura 58: in un primo caso è stato introdotto un carico verticale di 10 MPa ed un carico orizzontale di 3 MPa; in un secondo caso è stato considerato un carico verticale di 20 MPa mentre il carico orizzontale è stato fatto variare (6 MPa, 4 MPa, 2 MPa, 0 MPa). La denominazione delle varie condizioni di carico è riportata in Tabella 20.



Figura 58 - Indicazione schematica dei carichi esterni applicati al modello

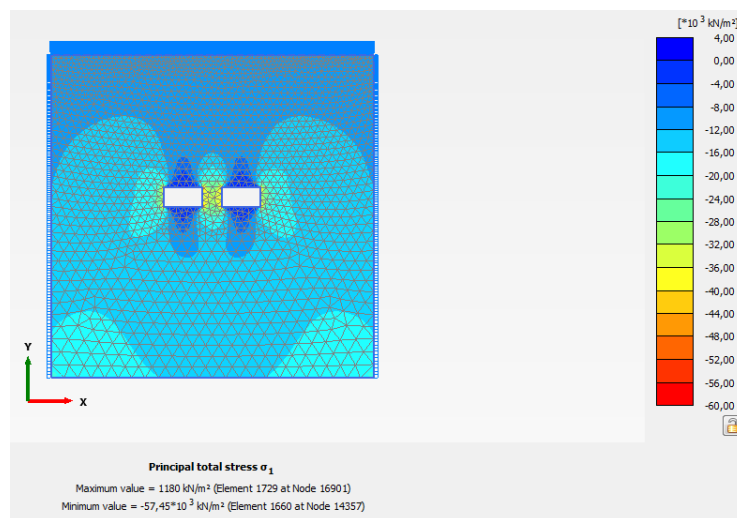


Figura 59 - Andamento della  $\sigma_1$  dopo la prima fase di scavo ( $H = 15$  m) e prima della Safety Calculation, considerando sul blocco un carico verticale di 10 MPa ed un carico orizzontale di 3 MPa

Dopo ciascuna delle fasi di scavo è stata eseguita la Safety Calculation ed è stato quindi ricavato il fattore di sicurezza relativo a quella fase e corrispondente alla condizione di carico considerata. La Figura 59, la Figura 60 e la Figura 61 riportano, a titolo di esempio, l'output del programma (in questo caso la tensione verticale principale  $\sigma_1$ ) nelle tre diverse fasi di scavo considerate, ma sono state altresì considerati gli output relativi alle tensioni tangenziali, alla differenza tra tensione principale maggiore e tensione principale minore e gli spostamenti.

Sono stati inoltre realizzati tre distinti modelli analoghi al precedente (stessi parametri, stesse condizioni al contorno) e corrispondenti rispettivamente alle tre fasi di scavo: un modello quindi denominato "H15", costituito dal blocco con le due camere ed un pilastro centrale alto 15 m e gli analoghi modelli denominati rispettivamente "H30" ed "H45". La condizione di carico analizzata è quella riportata a sinistra in Figura 58. Lo scopo è quello apprezzare le differenze che si hanno negli output del programma considerando l'esecuzione per step successivi dello scavo e considerando invece direttamente un pilastro con una determinata altezza. I grafici riportati in Figura 62 ed in Figura 63 riportano lo sforzo tangenziale  $\tau_{max}$  e lo spostamento verticale  $u_y$ , considerando il modello che simula le tre fasi di scavo o considerando direttamente il modello relativo al pilastro di una data altezza, per la condizione di carico indicata a sinistra in Figura 58.



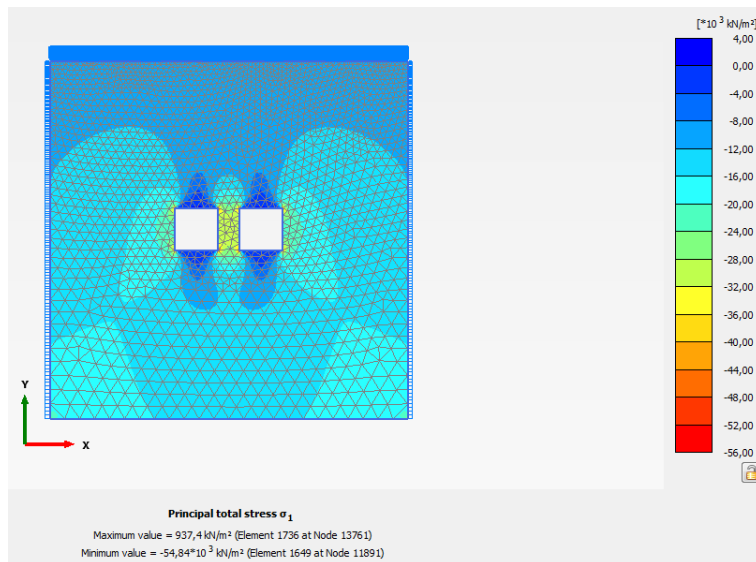


Figura 60 - Andamento della  $\sigma_1$  dopo la seconda fase di scavo ( $H = 30$  m) e prima della Safety Calculation, considerando sul blocco un carico verticale di 10 MPa ed un carico orizzontale di 3 MPa

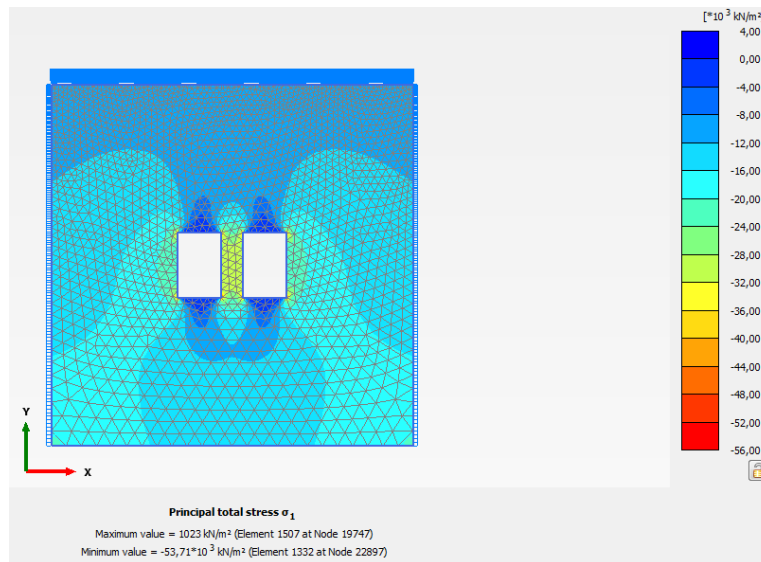


Figura 61 - Andamento della  $\sigma_1$  dopo la terza fase di scavo ( $H = 45$  m) e prima della Safety Calculation, considerando sul blocco un carico verticale di 10 MPa ed un carico orizzontale di 3 MPa

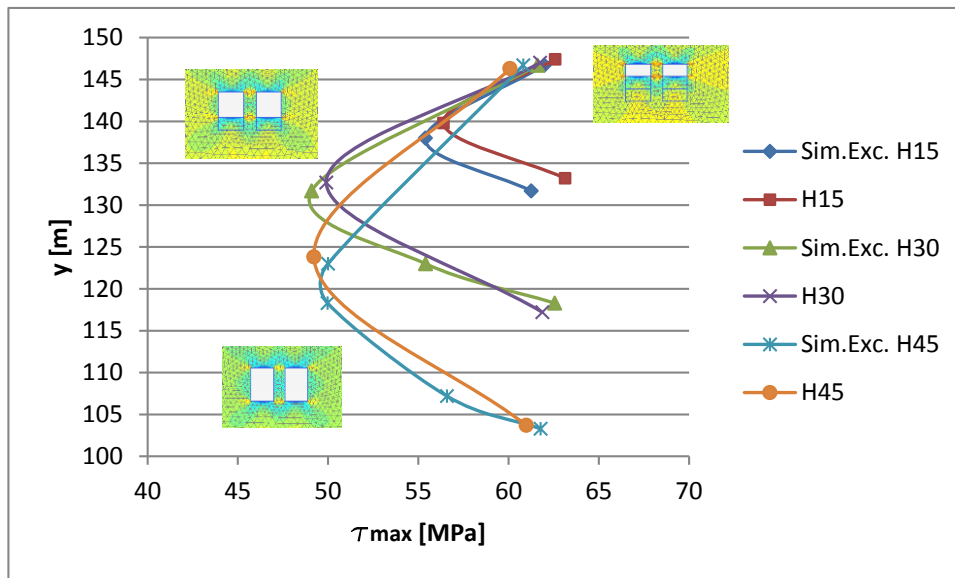


Figura 62 - Tensione tangenziale massima in funzione dell'altezza del diaframma con e senza simulazione dello scavo

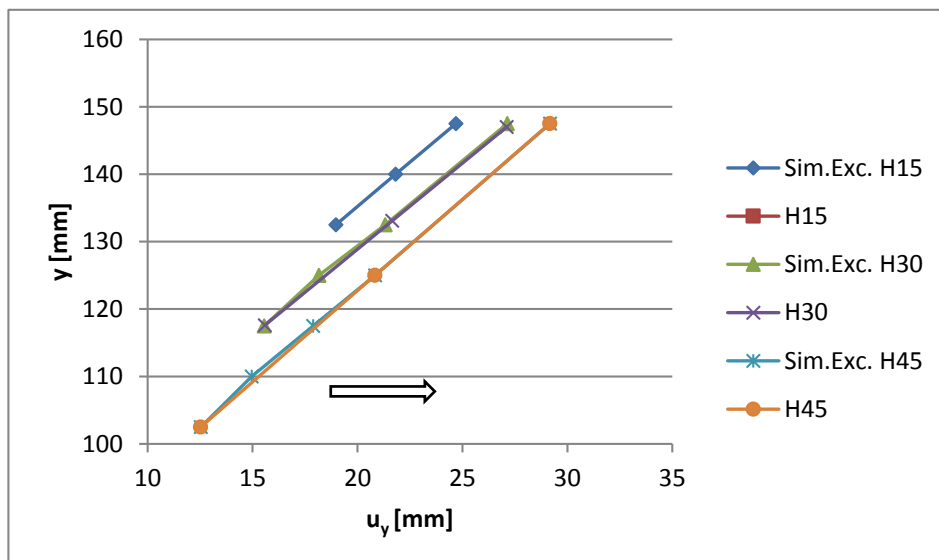


Figura 63 - Spostamento verticale in funzione dell'altezza del diaframma con e senza simulazione dello scavo

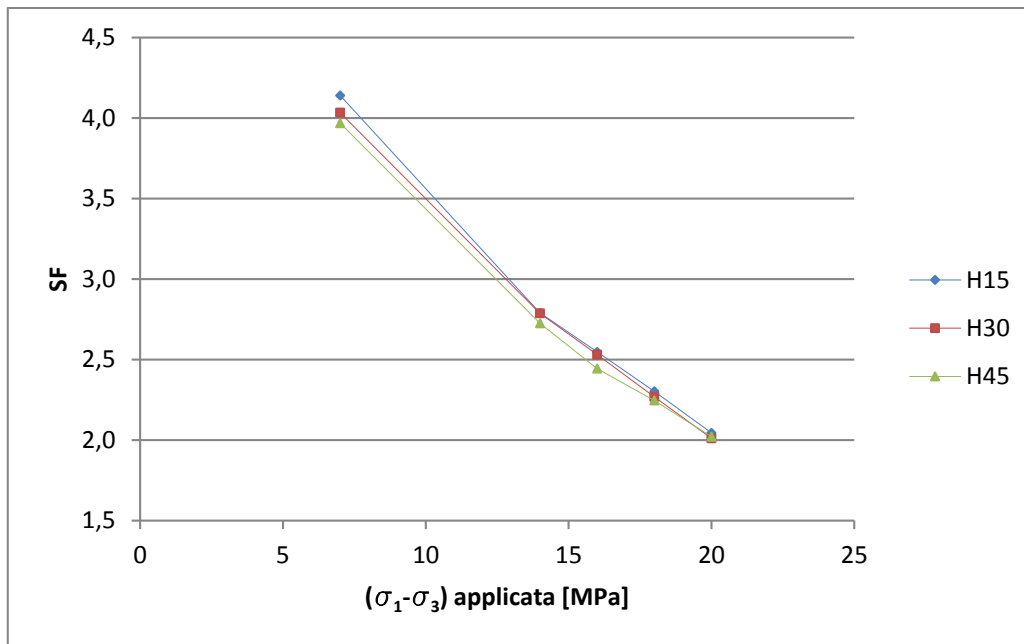


Figura 64 - Fattore di sicurezza in funzione delle tensioni applicate al variare dell'altezza del diaframma

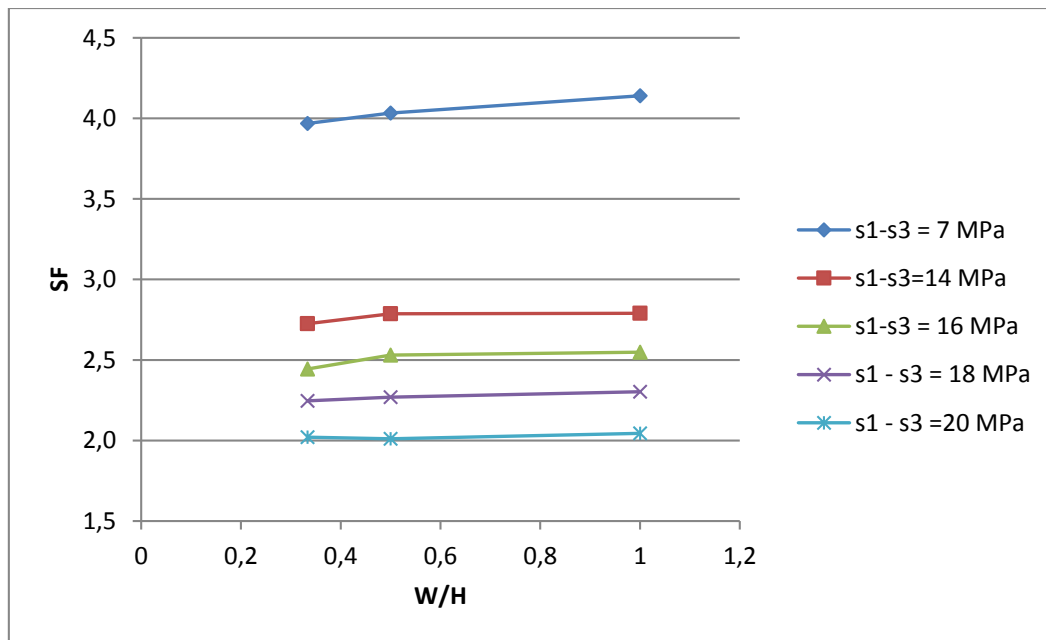


Figura 65 - Fattore di sicurezza in funzione di W/H al variare dell'altezza del diaframma

La Figura 64 riporta invece i fattori di sicurezza ricavati dal modello che simula le tre fasi di scavo in funzione delle tensioni applicate, mentre in Figura 65 i fattori di sicurezza sono riportati in funzione del rapporto W/H del pilastro (per le condizioni di carico si faccia riferimento alla Figura 58).

Considerando sempre il modello che simula le tre fasi di scavo, la Figura 66, la Figura 67 e la Figura 68 riportano invece rispettivamente  $(\sigma_1-\sigma_3)$ , la  $\tau_{max}$  e  $u_y$  al centro del pilastro in funzione di W/H al variare delle sollecitazioni applicate, prima della fase di Safety Calculation.

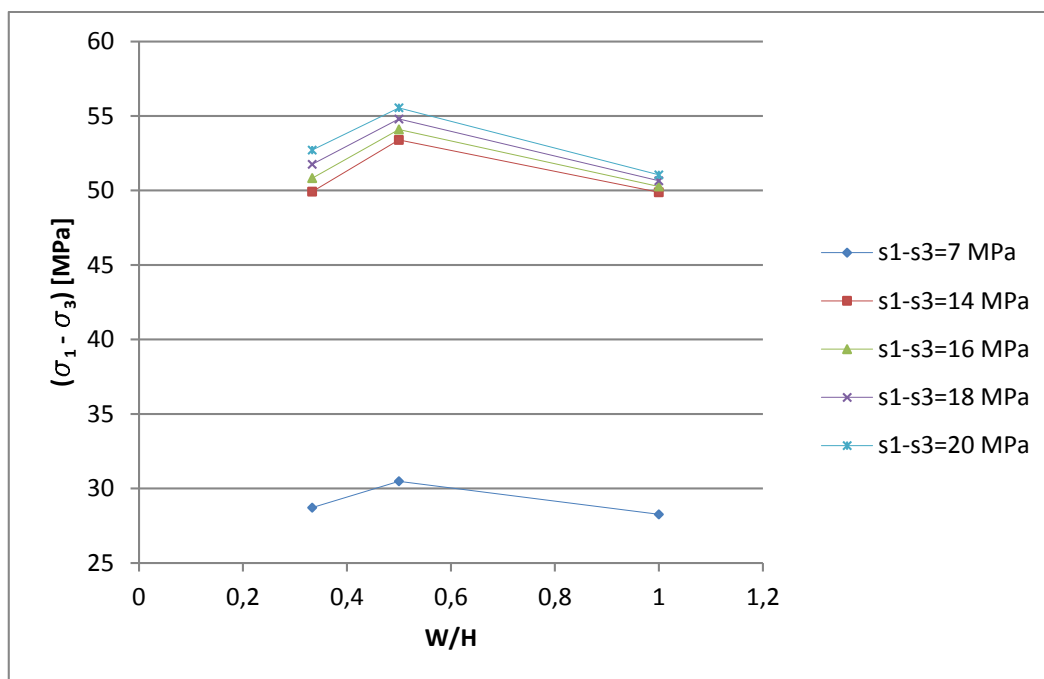


Figura 66 -  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  al centro del diaframma in funzione del rapporto  $W/H$  al variare degli sforzi applicati

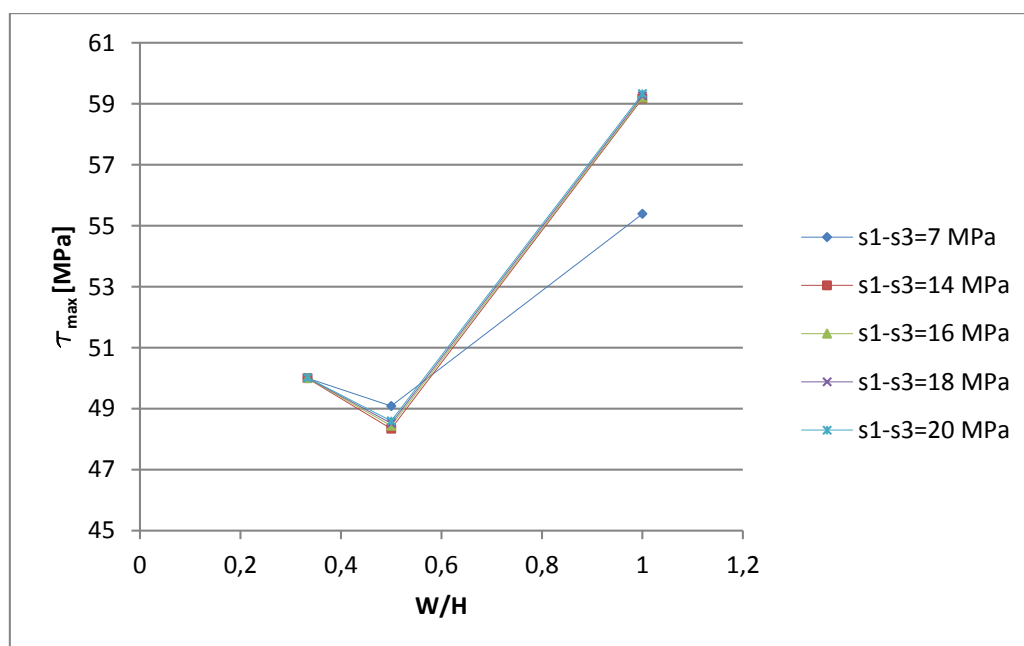


Figura 67 -  $\tau_{max}$  al centro del diaframma in funzione di  $W/H$  al variare degli sforzi applicati

Il modello iniziale che simula le tre fasi dello scavo è stato poi analizzato considerando, sotto le diverse condizioni di carico, un valore del parametro GSI pari a 65 (valore suggerito per il marmo di Carrara). La Tabella 17 riporta alcuni risultati relativi alla condizione di carico Load Case 1. I valori riportati di  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ , di  $\tau_{max}$  e di  $u_y$  fanno riferimento alla fase di scavo mentre i valori del fattore di sicurezza sono stati ottenuti in seguito alla Safety Calculation. Considerando GSI=65, analogamente a quanto fatto precedentemente per GSI=100, sono stati realizzati inoltre i tre distinti modelli corrispondenti rispettivamente alle tre fasi di scavo (H15, H30, H45) per la condizione di carico Load Case 1 (Tabella 20). Il modello iniziale che simula le tre fasi dello scavo ed i singoli modelli denominati H15, H30, H45 sono stati ricalcolati inoltre considerando una diversa condizione al contorno: mantenendo il blocco incastrato alla base, le facce laterali sono invece impediti negli spostamenti fuori dal loro piano (quest'ultimo caso è stato analizzato solo per la condizione di carico indicata in Tabella 20 come Load Case 5, sia per GSI=100 che per GSI=65). Ad eccezione del modello H15 (Tabella 18), negli altri casi (H30 ed H45), la procedura di calcolo viene interrotta per il collasso del pilastro. I valori di  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ , di  $\tau_{max}$  e di  $u_y$  riportati in Tabella 18 fanno riferimento alla fase di scavo mentre i valori del fattore di sicurezza sono stati ottenuti in seguito alla Safety Calculation. Per maggiore chiarezza la Tabella 19 riporta schematicamente

le analisi effettuate e le varianti considerate del suddetto modello (in rosso sono indicate le analisi la cui procedura di calcolo è stata interrotta dal software a causa del collasso del pilastro).

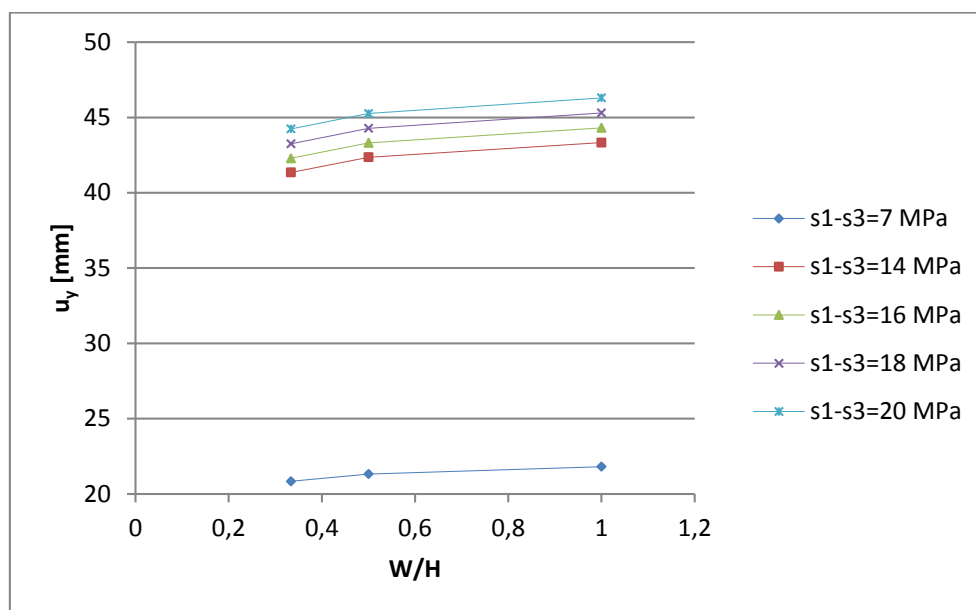


Figura 68 -  $u_y$  al centro del diaframma in funzione del rapporto  $W/H$  al variare degli sforzi applicati, prima della Safety Calculation

Phase	Stress point	x	y	$(\sigma_1 - \sigma_3)$ [Mpa]	$\tau_{max}$ [Mpa]	Node	x	y	$u_y$ [mm]	SF
H15 (Phase 1)	537	127	146.7	26.752	13.719	3266	125	147.5	25.493	0.773
	535	122.2	138	30.088	16.923	3256	125	140	22.291	0.773
	2506	123	131.7	23.776	11.888	2928	125	132.5	19.376	0.773
H30 (Phase 3)	537	127	146.7	10.682	5.341	3266	125	147.5	41.088	0.656
	2506	123	131.7	14.34	8.633	2928	125	132.5	28.861	0.656
	2496	127	118.3	7.966	13.135	2915	125	117.5	9.997	0.656
H45 (Phase 5)	537	127	146.7	9.216	4.735	3266	125	147.5	44.066	0.391
	2508	127.8	123	8.806	4.403	2918	125	125	14.129	0.391
	333	123	103.3	11.792	13.635	2538	125	102.5	6.627	0.391

Tabella 17 -  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ ,  $\tau_{max}$ ,  $u_y$  e Safety Factor dal modello con 3 fasi di scavo considerando  $GSI=65$  (modello incastrato alla base) considerando sul blocco un carico verticale di 10 MPa ed un carico orizzontale di 3 MPa

Stress point	x	y	$(\sigma_1 - \sigma_3)$ [Mpa]	$\tau_{max}$ [Mpa]	Node	x	y	$u_y$ [mm]	SF
144	123	146.7	22.794	17.043	3484	125	147.5	27.115	0.8272
139	123	142.8	27.246	16.279	3458	125	140	23.95	0.8272
72	127	133.3	23.024	16.992	3455	125	132.5	20.778	0.8272

Tabella 18 -  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ ,  $\tau_{max}$ ,  $u_y$  e Safety Factor dal modello con pilastro  $H = 15$  m, considerando  $GSI=65$  e con un carico verticale di 20 MPa sul blocco (spostamenti fuori piano delle facce laterali impediti)

Infine, per cercare di indagare circa le conseguenze della presenza di una eventuale frattura all'interno del diaframma, è stata introdotta una discontinuità nell'ultima fase di scavo al centro della parete stessa, quando quest'ultima ha ormai quindi una altezza di 45 m (Figura 69).

La presenza di un piano di debolezza può portare a rottura il diaframma per taglio, a seconda dell'inclinazione e della resistenza a taglio della discontinuità ma nell'ambito degli scavi sotterranei molto spesso la resistenza

offerta da una parete va oltre quella che ci si potrebbe aspettare considerando strettamente le caratteristiche geometriche della discontinuità.

			Load Case				
			1	2	3	4	5
Incastro alla base	GSI = 100	Sim. Exc.	✓	✓	✓	✓	✓
		H15	✓				
		H30	✓				
		H45	✓				
	GSI = 65	Sim. Exc.	✓	✓	✓	✓	✓
		H15	✓				
		H30	✓				
		H45	✓				
Incastro alla base e vincolo laterale	GSI = 100	Sim. Exc.					✓
		H15					✓
		H30					✓
		H45					✓
	GSI = 65	Sim. Exc.					✓
		H15					✓
		H30					✓
		H45					✓

Tabella 19 - Sintesi delle analisi bidimensionali svolte (Modello con singolo diaframma all'interno di una camera)

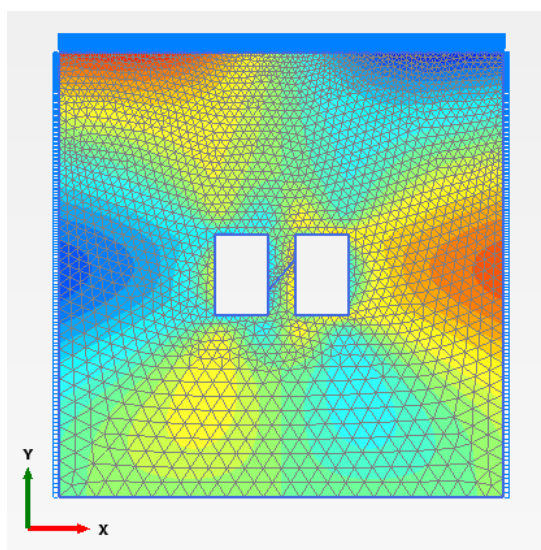


Figura 69 - Frattura inclinata di 40° al centro del diaframma avente una altezza di 45 m

L'inclinazione  $\beta$  della frattura rispetto alla verticale è stata fatta variare considerando successivamente  $\beta = 50^\circ, 40^\circ, 30^\circ, 20^\circ$ . In prima analisi, al fine di effettuare una analisi parametrica, sono state mantenute le caratteristiche meccaniche del modello riportate in Tabella 13 considerando però GSI = 100. Il modello, realizzato in condizioni di deformazione piana, è incastrato alla base mentre non sono state imposte specifiche condizioni al contorno sugli altri tre lati. La condizione di carico è quella riportata a sinistra in Figura 58 (Load Case 1, Tabella 20).

Sempre in ambito bidimensionale, è stato inoltre considerato il caso di un pilastro interessato da un vero e proprio piano di discontinuità esteso fino ai margini del blocco e non soltanto ai limiti del pilastro (Figura 70), analogamente al modello che verrà descritto al paragrafo successivo e realizzato in ambito tridimensionale. Anche in questo caso sono state analizzate le cinque condizioni di carico della Tabella 20, considerando il blocco incastrato alla base. Tra i vari risultati di PLAXIS sono stati ricavati i valori delle tensioni principali nel punto centrale del pilastro di coordinate (125, 125), nella terza fase di scavo, quindi quando il pilastro è alto

45 m. Si è scelto di utilizzare il criterio di Mohr-Coulomb: per la roccia intatta è  $c = 20$  MPa e  $\phi = 37^\circ$  mentre per la discontinuità è  $c = 5$  MPa e  $\phi = 30^\circ$ .

Case	External Loads	
	$\sigma_1$ [MPa]	$\sigma_3$ [MPa]
1	10	3
2	20	6
3	20	4
4	20	2
5	20	0

Tabella 20 - Condizioni di carico

Il fattore di sicurezza considerando la rottura per taglio (in presenza di un piano di discontinuità avente una certa inclinazione  $\beta$ ) è dato dalla [4.3]:

$$SF_s = \frac{s_j}{\tau_j}$$

in cui  $s_j$  è la resistenza a taglio della discontinuità e  $\tau_j$  è la sollecitazione di taglio agente sulla discontinuità stessa. Applicando il criterio di Mohr-Coulomb e ricavando le sollecitazioni  $\tau_j$  e  $\sigma_n$  (sforzo normale e di taglio sulla discontinuità) dai valori delle tensioni principali  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ ,  $SF_s$  risulta essere:

$$SF_s = \frac{c_j + \left[ \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \cos(2\beta) \right] \cdot \tan \phi_j}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \sin(2\beta)} \quad [5.10][5.9]$$

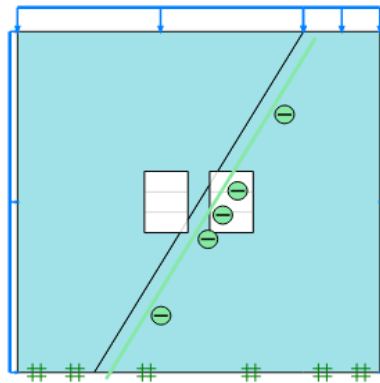


Figura 70 - Geometria del modello contenente un piano di discontinuità

$\beta$ [°]	CASE 1			CASE 2			CASE 3		
20	$\sigma_1$	19.588	MPa	$\sigma_1$	20.195	MPa	$\sigma_1$	19.933	MPa
	$\sigma_3$	0.103073	MPa	$\sigma_3$	0.409	MPa	$\sigma_3$	0.208	MPa
	$90^\circ - \beta$	1.22173	rad	$90^\circ - \beta$	1.22173	rad	$90^\circ - \beta$	1.22173	rad
	SFs	1.018065286		SFs	1.03354698		SFs	1.017787918	
	$\Sigma M_{sf}$	3.004		$\Sigma M_{sf}$	2.08		$\Sigma M_{sf}$	1.828	
30	$\sigma_1$	18.126	MPa	$\sigma_1$	19.447	MPa	$\sigma_1$	19.348	MPa
	$\sigma_3$	0.22163	MPa	$\sigma_3$	0.344	MPa	$\sigma_3$	0.357	MPa
	$90^\circ - \beta$	1.047198	rad	$90^\circ - \beta$	1.047198	rad	$90^\circ - \beta$	1.047198	rad
	SFs	0.994764707		SFs	0.961803838		SFs	0.966422975	
	$\Sigma M_{sf}$	2.774		$\Sigma M_{sf}$	1.939		$\Sigma M_{sf}$	1.611	

Tabella 21 - Fattori di sicurezza  $SF_s$  calcolati (rottura per taglio) e ricavati mediante PLAXIS ( $\Sigma M_{sf}$ )



Alcuni dei risultati sono riportati nella Tabella 21. Essi hanno però evidenziato il problema fisico di questo modello imputabile alle condizioni al contorno che sono state imposte. La procedura di calcolo del programma, viene conclusa solo per alcune condizioni di carico e per determinati valori dell'angolo di inclinazione della discontinuità. Un certo grado di confinamento, in relazione anche all'angolo di inclinazione della discontinuità risulta indispensabile al fine di evitare lo scivolamento tra le due parti in cui il blocco viene suddiviso dalla discontinuità. Il problema diventa lo scivolamento tra due cunei che non ha alcuna relazione con la resistenza del pilastro.

Quest'ultimo modello è stato inoltre realizzato mediante il codice di calcolo bidimensionale agli elementi finiti Phase (Rocscience). La Tabella 22 riporta a confronto alcuni risultati ottenuti rispettivamente da PLAXIS e Phase: la tensione principale  $\sigma_1$ , la tensione principale minore  $\sigma_3$  e lo spostamento verticale  $u_y$  nel caso del pilastro intersecato da una discontinuità avente inclinazione  $\beta=30^\circ$  per la condizione di carico 3 (Tabella 20).

H [m]	$\sigma_1$ [MPa]		$\sigma_3$ [MPa]		$u_y$ [mm]	
	PLAXIS	Phase	PLAXIS	Phase	PLAXIS	Phase
15	-31,61	31,65	-2,81911	4,39	-2,66	-0,03
30	-30,27	31,79	-0,89226	1,49	1,82	-0,03
45	-18,13	20,14	-0,22163	0,05	4,75	-0,02

Tabella 22 - Risultati di PLAXIS e di Phase per un pilastro 15x15 m e intersecato da una discontinuità avente inclinazione  $\beta = 30^\circ$

### 5.2.2 Analisi tridimensionali: PLAXIS 3D

Il modello bidimensionale visto al paragrafo precedente e costituito da una camera con un pilastro centrale è stato realizzato anche in ambito tridimensionale con il codice PLAXIS 3D (PLAXIS 3D AE.01).

Partendo da un blocco di dimensioni 250 x 250 x 250 m la modellazione simula le tre fasi di scavo consecutive. Il blocco è incastrato alla base e totalmente libero sulle altre facce. Lo scavo viene realizzato procedendo dall'alto verso il basso, partendo da  $z=147.5$  m. La larghezza della camera è 75 m e lo scavo procede con un abbassamento di 15 m per ciascuna fase. Un pilastro quadrato 15 x 15 m viene lasciato al centro della camera. Sono state inoltre considerate due varianti del modello considerando l'intero blocco interessato da una discontinuità avente una inclinazione di  $20^\circ$  rispetto alla verticale nel primo caso e di  $50^\circ$  nel secondo caso.

Sia per la roccia intatta che per le discontinuità è stato utilizzato il criterio di Mohr-Coulomb. I vari parametri adottati sono riportati in Tabella 23.

2D Jointed Pillar Model Material Properties		Unit	Value
Intact Rock	Soil unit weight	27	KN/m <sup>3</sup>
	Young's modulus	GPa	65
	Poisson's ratio	-	0.25
	Tensile strength	MPa	8
	Cohesion	20	MPa
	Friction angle	°	37
Rock Joint	Joint Normal Stiffness	GPa/m	48
	Joint Shear Stiffness	GPa/m	16
	Cohesion	MPa	5
	Friction angle	°	30

Tabella 23 - Parametri introdotti nel modello utilizzando il criterio di rottura di Mohr-Coulomb per la roccia intatta e la discontinuità

PLAXIS non consente di introdurre direttamente i parametri di rigidità delle discontinuità, ovvero la Joint Normal Stiffness  $K_N$  e la Joint Shear Stiffness  $K_S$ . Le proprietà della discontinuità sono state pertanto ottenute imponendo un valore per il Joint Shear Stiffness  $K_S$  di 16 GPa/m (Perazzelli e Rotonda, 2009) ed un valore del coefficiente di poisson  $\nu_i$  pari a 0.25, secondo le seguenti relazioni:

$$G_i = K_S \cdot t_i$$

$$E_{oed} = 2G_i \cdot \frac{1 - \nu_i}{1 - 2\nu_i} = K_N \cdot t_i$$

$$t_i = I_e \cdot I_{vtf}$$

in cui  $G_i$  è il modulo di taglio della discontinuità,  $E_{oed}$  è il modulo di compressione monodimensionale,  $t_i$  è lo spessore virtuale,  $I_e$  è la Average Element Size e  $I_{vtf}$  è definito come Virtual Thickness Factor. Le condizioni di carico considerate sono ancora quelle riportate in Tabella 20. La modellazione è stata suddivisa nelle seguenti fasi:

Initial model Geometry (Whole Block);  
 First excavation step (H = 15 m);  
 Safety Calculation  
 Second excavation step (H = 30 m)  
 Safety Calculation  
 Third excavation step (H = 45 m);  
 Safety Calculation;  
 Load Case 1 ( $\sigma_1 = 10$  MPa,  $\sigma_3 = 3$  MPa)  
 Safety Calculation;  
 Load Case 2 ( $\sigma_1 = 20$  MPa,  $\sigma_3 = 6$  MPa)  
 Safety Calculation;  
 Load Case 3 ( $\sigma_1 = 20$  MPa,  $\sigma_3 = 4$  MPa)  
 Safety Calculation;  
 Load Case 4 ( $\sigma_1 = 20$  MPa,  $\sigma_3 = 2$  MPa)  
 Safety Calculation;  
 Load Case 5 ( $\sigma_1 = 20$  MPa,  $\sigma_3 = 0$  MPa)  
 Safety Calculation.

Nel diagramma di Figura 38 abbiamo visto l'andamento della resistenza del pilastro  $S_p$  in funzione della sua altezza per le diverse formule empiriche. Considerando le formule più cautelative e dato che i pilastri considerati in questo studio hanno una altezza minima di 15 m, si è scelto di impiegare la formula proposta da Hedley – Grant (1972), essendo quella più cautelativa per pilastri aventi altezza maggiore di 10 metri. La suddetta formula è stata impiegata per valutare la resistenza dei pilastri e quindi il relativo fattore di sicurezza a compressione, mediante la [4.2].

Al fine di valutare la sollecitazione  $\sigma_p$  agente su ciascun pilastro sono stati considerati 5 punti di monitoraggio sulla sezione orizzontale in testa al pilastro avente altezza pari a 45 m (Figura 71). Le coordinate dei punti ed i valori di  $\sigma_1$  sono riportati in Tabella 24. Il valore medio di  $\sigma_1$  è 39.55 MPa per la condizione di carico 3. La stessa procedura è stata applicata anche per le condizioni di carico 2 e 4. La Tabella 25 riporta a confronto i fattori di sicurezza ottenuti da PLAXIS e quelli stimati mediante le formule empiriche di Hedley e Grant (1972) e di Lunder e Pakalnis (1997). Dai risultati si evince chiaramente la sottostima dei fattori di sicurezza che deriva dall'applicazione delle formule empiriche rispetto ai risultati delle analisi numeriche.

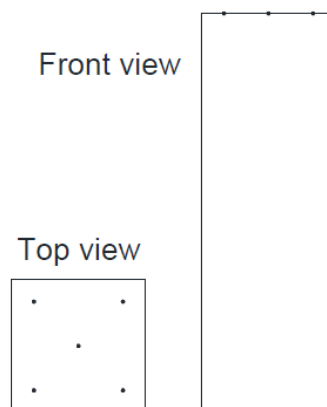


Figura 71 - Punti di monitoraggio per la valutazione del carico sul pilastro

x [m]	y [m]	z [m]	$\sigma_1$ [MPa]
125	125	147.5	43.79
120	120	147.5	34.43
130	120	147.5	28.50
130	130	147.5	60.34
120	130	147.5	30.70

Tabella 24 - Valori di  $\sigma_1$  ricavati da PLAXIS per i cinque punti di monitoraggio considerati (condizione di carico 3)

Load case	$H_p$ [m]	$\sigma_1$ [MPa]	PLAXIS	Hedley-Grant		Lunder-Pakalnis	
			$\Sigma M_{sf}$	$S_p$ [MPa]	SF	$S_p$ [MPa]	SF
2	45	38,42	3,08	12,89	0,34	29,95	0,78
3	45	39,55	2,72	12,89	0,33	29,95	0,76
4	45	40,83	2,43	12,89	0,32	29,95	0,73

Tabella 25 - Fattori di sicurezza a compressione ottenuti da PLAXIS e dall'applicazione delle formule empiriche nel caso di pilastro non fratturato

$\Sigma M_{sf}$		No load	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5
No joint	Excavation 1	36.41					
	Excavation 2	34.43					
	Excavation 3	31.63	4.462	3.077	2.721	2.43	2.166
$\beta = 20^\circ$	Excavation 1	33.98					
	Excavation 2	30.89					
	Excavation 3	26.45	1.306	1.373	1.379	2.962	2.192
$\beta = 50^\circ$	Excavation 1	28.09					
	Excavation 2	27.14					
	Excavation 3	26.53	1.922	1.615	1.386	1.21	1.06

Tabella 26 - Fattori di sicurezza ricavati da PLAXIS

Mediante la [4.6], considerando  $c_j = 5$  MPa,  $\Phi_j = 30^\circ$  and  $\beta = 20^\circ$  è stato calcolato il fattore di sicurezza considerando la rottura per taglio. I valori di  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$  da introdurre nella precedente relazione sono stati stimati considerando gli stessi punti di monitoraggio di Figura 71 nella sezione di mezzeria del pilastro avente  $H=45$  m. La Tabella 27 riporta i valori di  $SF_s$  e dei fattori di sicurezza  $\Sigma M_{sf}$  ottenuti da PLAXIS.

		Point coordinates			$\sigma_1$ [MPa]	$\sigma_3$ [MPa]	SFs	$\Sigma M_{sf}$
$\beta = 20^\circ$	No Load	x [m]	y [m]	z [m]	7.07	0.02	3.80	26.45
	Case 1	125	125	125	22.63	0.06	2.28	1.31
	Case 2	120	120	125	29.52	0.09	2.12	1.37
	Case 3	130	120	125	28.53	0.09	2.14	1.38
	Case 4	130	130	125	24.98	0.09	2.22	2.96
	Case 5	120	130	125	21.59	0.09	2.32	2.19

Tabella 27 - Confronto tra i fattori di sicurezza  $SF_s$  (rottura per taglio) calcolati e quelli ottenuti da PLAXIS

### 5.3 Confronto tra Analisi Numeriche FEM e DEM di Cavit  Sotteranee

Gli sviluppi conseguiti durante gli ultimi decenni nelle tecnologie hardware e software offrono oggi la possibilit  di sviluppare modelli numerici anche complessi, superando molte delle limitazioni che nel passato hanno reso tali modelli scarsamente applicabili, con livelli di accuratezza notevoli. La scelta dell'approccio di modellazione, continuo o discontinuo,   fondamentale affin  che l'esito dell'analisi sia effettivamente utile ed attendibile. Attualmente, per l'analisi di ammassi rocciosi discreti, anche i modelli continui permettono l'inserimento di singole discontinuit  o di famiglie di discontinuit . Il presente lavoro riporta un confronto diretto tra modellazione continua e discontinua, per delineare i limiti e sottolineare le potenzialit  di tali metodi nell'ambito specifico delle coltivazioni di cava nel comprensorio di Carrara.

#### 5.3.1 Modellazione DEM: geometria e parametri utilizzati

Al fine di effettuare un confronto diretto tra modellazione continua e discontinua   stato predisposto un modello tridimensionale costituito da un blocco di marmo, di dimensioni 700 x 400 x 595 m, attraversato da due discontinuit  singole e da tre famiglie di discontinuit . Il blocco contiene inoltre al suo interno una cavit  (49 x 50 x 30 m). La Figura 72 riporta la geometria del modello e l'indicazione dei due piani di discontinuit  principali. Per le analisi al discontinuo   stato utilizzato il software 3DEC (Itasca).

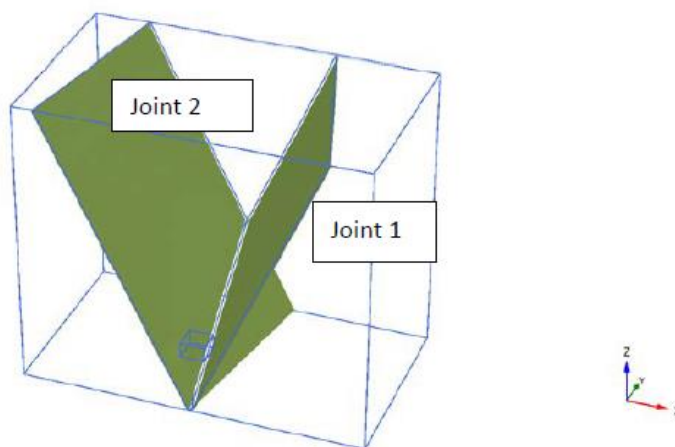


Figura 72 – Geometria del modello con indicazione dei due piani di discontinuit  principali

3DEC   un programma di analisi numerica basato sul metodo agli elementi distinti per la modellazione discontinua. Tale programma rappresenta l'evoluzione tridimensionale del software 2D UDEC (Itasca 2004) e pertanto usa la medesima formulazione numerica. Al fine di raggiungere un adeguato grado di confidenza con il software 3DEC sono state preventivamente svolte alcune semplici analisi con UDEC. Tali analisi non sono qui riportate in quanto esulano dall'oggetto del presente lavoro. 3DEC simula il comportamento di ammassi rocciosi giuntati soggetti a carichi che possono essere sia statici che dinamici. Il mezzo discontinuo   modellato mediante un insieme di blocchi discreti che interagiscono lungo i contatti: le dimensioni e la geometria dei blocchi dipendono dalle caratteristiche di fratturazione della roccia, cio  dall'orientazione e dalla spaziatura delle discontinuit  naturali dell'ammasso. Le condizioni al contorno di ciascun blocco sono determinate proprio dalla caratterizzazione delle discontinuit  che sono considerate come zone di interazione tra i blocchi. Per ciascuna discontinuit  verr  assunto un opportuno modello di comportamento. Il punto di forza di questo tipo di modellazione   proprio quello di consentire ampi spostamenti lungo le discontinuit  nonch  la rotazione dei blocchi, mediante un algoritmo esplicito nel tempo e relazioni costitutive lineari o non-lineari sia per la matrice rocciosa che per le discontinuit . 3DEC consente inoltre di assimilare il comportamento di ciascun blocco a quello di un corpo rigido o di un corpo deformabile. Per alcune applicazioni la deformazione dei singoli blocchi pu  essere ignorata mentre, in caso contrario, pu  essere messa in conto mediante la discretizzazione di ciascun blocco del modello alle differenze finite. In quest'ultimo caso ciascun blocco viene ulteriormente suddiviso con una mescolatura alle differenze finite. Il blocco   incastrato alla base mentre alle facce laterali sono consentiti gli spostamenti nel loro piano. Le caratteristiche geometriche e meccaniche delle due discontinuit  singole principali sono riportate in Tabella 28, in cui:

dip = angolo di immersione del piano espresso in gradi sessagesimali ( $0^\circ < \text{dip} < 90^\circ$ )

dd = angolo di direzione del piano (dip direction) espresso in gradi sessagesimali ( $0^\circ < \text{dd} < 360^\circ$ )

JKN = rigidit  normale della discontinuit 

JKS = rigidezza tangenziale della discontinuità

La stessa tabella riporta inoltre i parametri resistenti  $c$  e  $\Phi$  (coesione ed angolo di attrito) del criterio di Mohr-Coulomb adottato per entrambe le discontinuità.

	dip [°]	dd [°]	JKN [MPa /m]	JKS [MPa /m]	$\Phi$ [°]	$c$ [MPa]
Joint 1	66	253	30	10	20	0.01
Joint 2	63.03	100	3000	1000	30	5

Tabella 28 - Caratteristiche meccaniche e geometriche delle due discontinuità principali

La Tabella 29 indica le caratteristiche geometriche e meccaniche dei tre sistemi di discontinuità rappresentati in Figura 73, per i quali è stato considerato lo stesso orientamento e le stesse caratteristiche meccaniche dei tre sistemi principali rilevati nella cava Ravaccione (bacino di Miseglia, Carrara) e comuni a diverse zone del comprensorio carrarino (Ferrero et al., 2013).

JRC = coefficiente di rugosità della discontinuità (Joint Roughness Coefficient)

JCS = resistenza a compressione della superficie della discontinuità (Joint Wall Compressive Strength)

Sistema (spaziatura)	n. discontinuità	dip [°]	dd [°]	JRC	JCS	JKN [MPa]	JKS [MPa]	$\Phi$ [°]	$c$ [MPa]
K1 (2m)	5	88	359	4-6	96.5	40	19	32.3	11.2
K2 (4m)	5	54	105	3-5	88.4	40	19	32.3	11.2
K3 (4m)	5	80	54	2-4	41.5	40	19	32.3	11.2

Tabella 29 - Caratteristiche geometriche e meccaniche delle tre famiglie di discontinuità

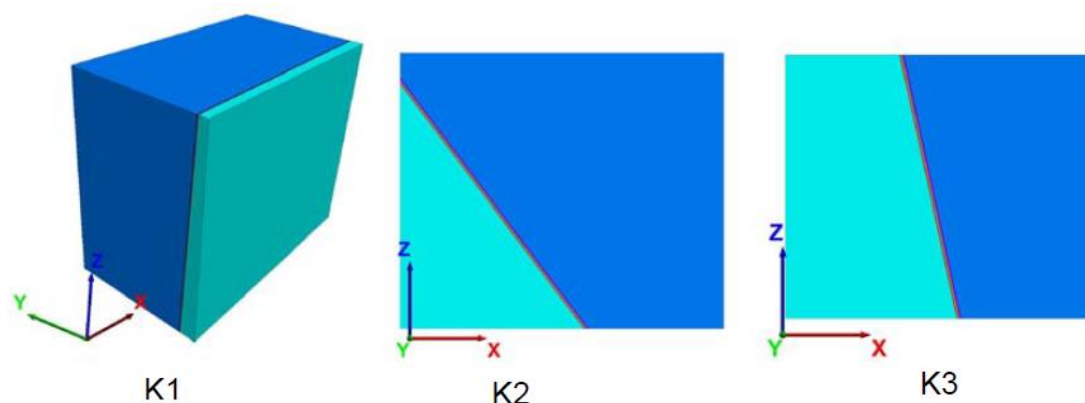


Figura 73 – Localizzazione indicativa delle tre famiglie di discontinuità

I parametri meccanici (Tabella 30) adottati per la modellazione della matrice rocciosa sono quelli indicati tipicamente per il marmo di Carrara (Tabella 1). Sia per l'ammasso roccioso che per le discontinuità si adotta il criterio di Mohr-Coulomb.

$\gamma$ [kN/m <sup>3</sup> ]	$c$ [MPa]	$\Phi$ [°]	K [GPa]	G [GPa]	$\sigma_t$ [MPa]
27	20	37	29.5	25	8

Tabella 30 – Parametri meccanici della matrice rocciosa

In Tabella 30 è:

$\gamma$  = peso dell'unità di volume

$c$  = coesione

$\Phi$  = angolo di attrito

$K$  = modulo di compressibilità

$G$  = modulo di elasticità tangenziale

$\sigma_t$  = resistenza a trazione

### 5.3.2 Modellazione FEM: geometria e parametri utilizzati

Per la modellazione al continuo è stato utilizzato il software PLAXIS precedentemente descritto (PLAXIS 3D AE.01). La geometria del modello è la stessa descritta al paragrafo precedente: un blocco di marmo contenente una cavità all'interno e attraversato da due piani di discontinuità indicati in Figura 72 come Joint 1 e Joint 2. Non sono state però modellate le tre famiglie di discontinuità (Tabella 29): l'obiettivo infatti è quello di realizzare un modello continuo equivalente, utilizzando dei parametri di resistenza opportunamente scalati per tenere conto dell'indebolimento dell'ammasso roccioso causato dalle famiglie di discontinuità che in questo caso non sono state modellate. Per la modellazione della matrice rocciosa è stato adottato il criterio di Hoek-Brown. Le seguenti tabelle riportano i parametri introdotti nel modello realizzato con PLAXIS 3D sia per la matrice rocciosa che per le discontinuità e gli equivalenti già introdotti ed utilizzati per il modello discontinuo.

		PLAXIS 3D	3DEC	
Specific Weight	$\gamma$	27	-	KN/m <sup>3</sup>
Bulk Modulus	$k$	-	2,95E+10	Pa
Shear Modulus	$G$	-	2,50E+10	Pa
Friction angle	$\phi$	-	37	°
Cohesion	$c$	-	20	MPa
Elastic Modul	$E$	5,85E+07	-	KN/m <sup>2</sup>
Poisson's Ratio	$\nu$	0,17	-	-
Compressive Strength	$\sigma_c$	100	-	MPa
Tensile Strength	$\sigma_t$	8	8	MPa
Lateral Earth Pressure at Rest	$K_0$	0.3982	0.3982	-

Tabella 31 - Caratteristiche meccaniche matrice rocciosa

Al fine di ottenere i parametri del criterio di Hoek-Brown del modello equivalente, l'ammasso roccioso in esame è stato classificato secondo il metodo proposto da Bienawski (Bieniawski Z. , 1989), secondo cui è:

$$RMR=R1+R2+R3+R4+R5+R6$$

		Range	Punteggio
R1	Resistenza roccia intatta [MPa]	250-100	9
R2	RQRD [%]	90-75	17
R3	Spaziatura delle discontinuità [m]	>2	20
R4	Condizioni delle discontinuità	Superfici lisce o laminate o riempimento <5mm o apertura 1-5 mm _ Discontinuità continue	10
R5	Condizioni idrauliche	Assenza di acqua	15
	RMR		71

Per  $RMR \geq 23$  e ponendo  $R5=15$  ed  $R6=0$ , l'indice GSI può essere calcolato come (Bruno, 2012):

$$GSI=RMR-5$$

$$[5.10]$$

Secondo il metodo di Bienawski quindi l'ammasso roccioso in esame equivale ad una roccia avente un parametro GSI pari a 66. I parametri caratteristici relativi al criterio di Hoek-Brown sono stati quindi calcolati considerando GSI = 66, D=0, una resistenza a compressione uniassiale della roccia intatta pari a 99 MPa ed un valore del parametro  $m_i$  pari a 9, come indicato da alcuni autori per il marmo di Carrara (Ferrero et al., 2013), da cui si ottiene:

$$m_b = 2.67$$

$$s = 0.023$$

$$a = 0.5$$

Per quanto riguarda le due singole discontinuità che comunque verranno mantenute nel modello equivalente, PLAXIS non consente di introdurre direttamente la rigidezza normale  $K_N$  e la rigidezza tangenziale  $K_S$  della discontinuità come in 3DEC, per cui, per calcolare i necessari valori dei moduli richiesti da PLAXIS sono state utilizzate le seguenti relazioni:

$$G_i = K_S \cdot t_i$$

$$E_{oed} = 2G_i \cdot \frac{1 - \nu_i}{1 - 2\nu_i} = K_N \cdot t_i$$

$$t_i = I_e \cdot I_{vtf}$$

in cui:

Virtual thickness factor (PLAXIS):  $I_{vtf} = 0.01$

Average element size (PLAXIS):  $I_e = 41.66 \text{ m}$

Joint 1		PLAXIS 3D	3DEC	
Dip angle	dip	66	66	°
Dip direction	dd	253	253	°
NormalStiffness	jkn		3.00E+07	Pa/m
Shear Stiffness	jks		1.00E+07	Pa/m
Cohesion	jcoh		1.00E+04	Pa
Friction Angle	jfric	20	20	°
Coeff. di Poisson	$\nu$	0.25		
Average Element Size		41.66		m
Virtual thickness factor		0.01		
	$t_i$	0.4166		m
	G	4.17E+03		KN/m <sup>2</sup>
	$E_{oed}$	12498		KN/m <sup>2</sup>

Tabella 32 - Caratteristiche meccaniche discontinuità (Joint 1)

Joint 2		PLAXIS 3D	3DEC	
Dip angle	dip	63.03	63.03	°
Dip direction	dd	100	100	°
NormalStiffness	jkn		3.00E+09	Pa/m
Shear Stiffness	jks		1.00E+09	Pa/m
Cohesion	jcoh		5.00E+06	Pa
Friction Angle	jfric	30	30	°
Coeff. di Poisson	$\nu$	0.25		
Average Element Size		41.66		m
Virtual thickness factor		0.01		
	$t_i$	0.4166		m
	G	4.17E+05		KN/m <sup>2</sup>
	$E_{oed}$	1249800		KN/m <sup>2</sup>

Tabella 33 - Caratteristiche meccaniche discontinuità (Joint 2)

### 5.3.3 Analisi e confronto

Al fine di analizzare i risultati ottenuti sono stati fissati 40 punti di monitoraggio (Tabella 34) situati nell'intorno della camera. Trentuno punti di monitoraggio sono localizzati lungo tre diverse sezioni verticali parallele al piano xz ( $y = 36$ ,  $y = 59$ ,  $y = 82$ ) (Figura 75, Figura 76, Figura 77). Per consentire una corretta localizzazione dei punti di monitoraggio all'interno dei modelli, si riportano (Figura 74) le coordinate geometriche del modello (blocco e cavità interna).

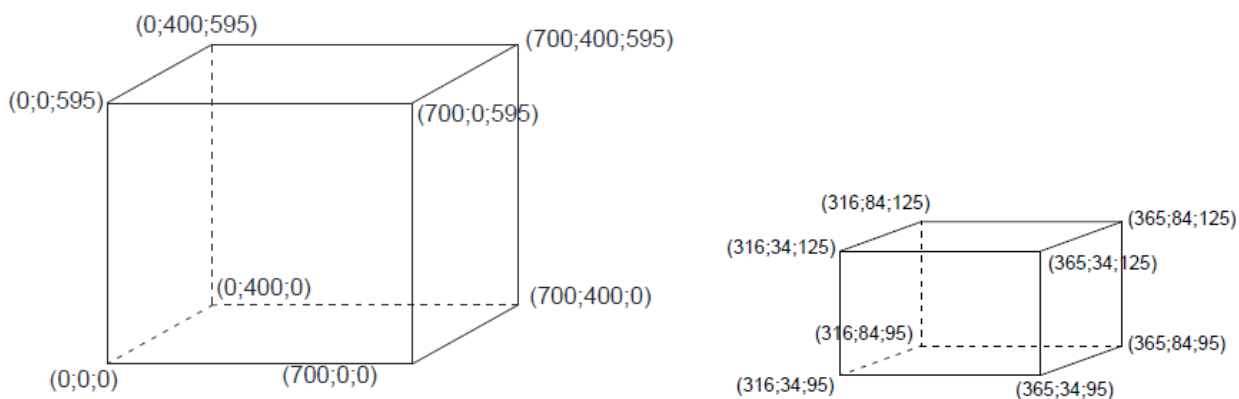


Figura 74 – Coordinate assolute ( $x,y,z$ ) del blocco (a sinistra) e della cavità interna (a destra)

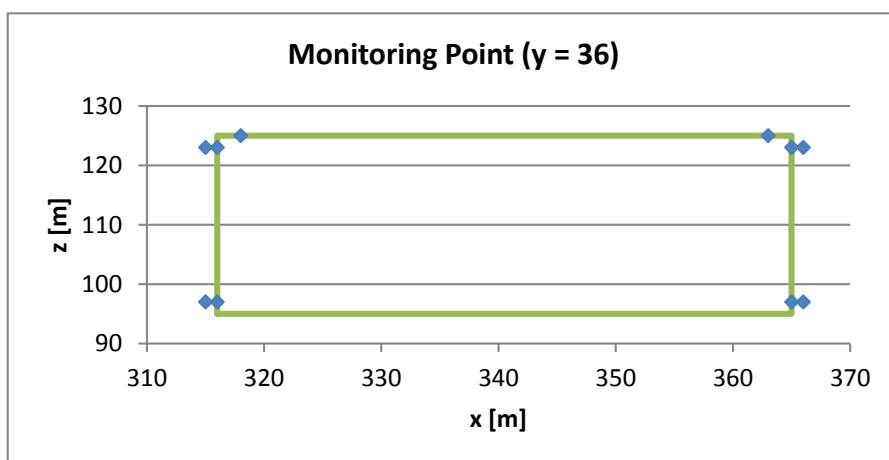


Figura 75 – Rappresentazione della sezione verticale della cavità parallela al piano xz ( $y = 36$ ) con indicazione dei punti di monitoraggio (4,5,12,14,16,18,21,23,25,28)



Monitoring Points	X	Y	Z
1	340.5	59	125
2	318	82	125
3	363	82	125
4	318	36	125
5	363	36	125
6	315	59	117.5
7	315	59	110
8	315	59	102.5
9	366	59	117.5
10	366	59	110
11	366	59	102.5
12	315	36	123
13	315	82	123
14	315	36	97
15	315	82	97
16	316	36	123
17	316	82	123
18	316	36	97
19	316	82	97
20	316	59	110
21	366	36	123
22	366	82	123
23	366	36	97
24	366	82	97
25	365	36	123
26	365	82	123
27	365	59	110
28	365	36	97
29	365	82	97
30	340.5	34	110
31	340.5	84	110
32	340.5	59	130
33	340.5	59	135
34	340.3	62.05	163.5
35	341.7	58.66	177.10
36	341.10	58.23	198.80
37	266.60	57.14	114.10
38	414.90	64.91	108.90
39	341.60	122.80	112.50
40	337.10	159.90	153.60

Tabella 34 – Coordinate (x,y,z) dei punti di monitoraggio

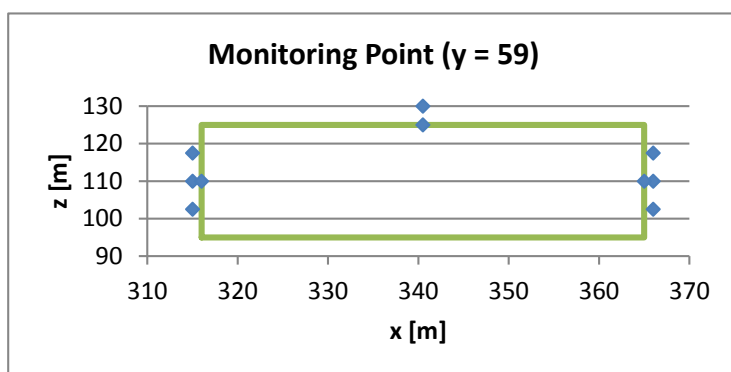


Figura 76 - Rappresentazione della sezione verticale della cavità parallela al piano xz ( $y = 59$ ) con indicazione dei punti di monitoraggio (1,6,7,8-11,20,27,32,33)

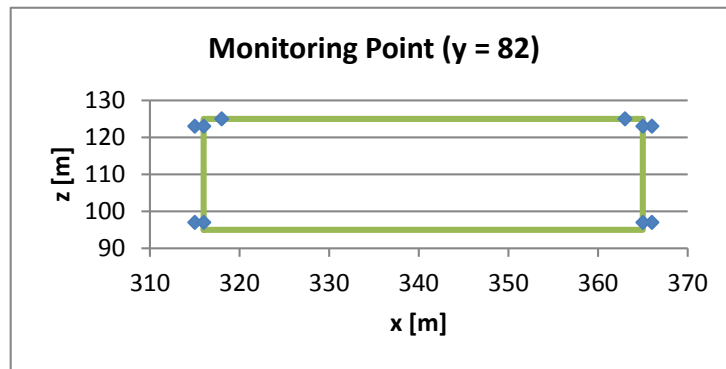


Figura 77 - Rappresentazione della sezione verticale della cavità parallela al piano xz ( $y = 82$ ) con indicazione dei punti di monitoraggio (2,3,13,15,17,19,22,24,26,29)

Sono state così analizzati gli output dei due modelli sia in termini di tensioni che di spostamenti. Sul piano delle tensioni principali  $\sigma_1$ - $\sigma_3$ , sono stati riportati i due inviluppi considerati (Figura 78): quello di Hoek-Brown impiegato per la modellazione al continuo, e quello di Mohr-Coulomb utilizzato invece nel modello discontinuo.

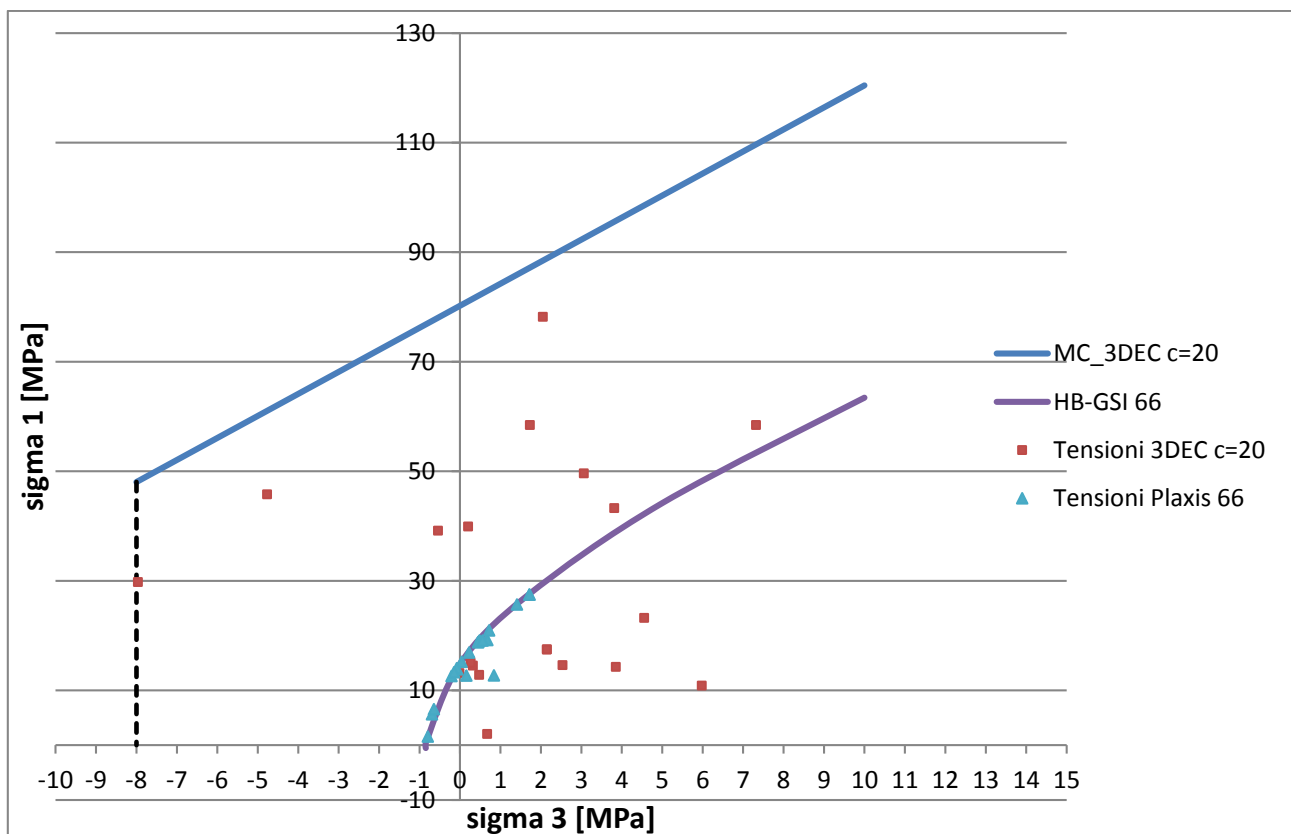


Figura 78 – Involuppi di rottura (Mohr-Coulomb, Hoek-Brown) nel piano  $\sigma_1$ - $\sigma_3$  e valori delle tensioni principali da PLAXIS e da 3DEC

La stessa Figura 78 riporta inoltre i valori delle tensioni principali  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$  ricavati sia da PLAXIS che da 3DEC per i primi 20 punti di monitoraggio. La retta rappresentativa del criterio di Mohr-Coulomb è stata tagliata in corrispondenza di  $\sigma_3 = -8$  MPa, pari al valore della resistenza a trazione del marmo di Carrara (Tabella 1). Confrontando i punti rappresentativi dello stato tensionale di 3DEC e di PLAXIS, si nota come, per i punti di monitoraggio analizzati, PLAXIS fornisca valori di  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$  per lo più inferiori rispetto agli analoghi ottenuti da 3DEC, molti dei quali ricadono proprio sul limite di rottura (failure points, Figura 82). Il confronto diretto tra gli output tensionali di PLAXIS e 3DEC è visualizzabile in Figura 79, in Figura 80 ed in Figura 81. A tal proposito si ritiene opportuno precisare che il metodo FEM, una volta raggiunta la tensione di rottura in un qualunque punto del modello, opera una redistribuzione delle tensioni, andando ad interessare i punti più vicini che si trovano ancora ad un livello tensionale più basso e ricercando così una nuova condizione di equilibrio. Nel modello discontinuo invece, come si vede dal grafico di Figura 78, i livelli tensionali non sono mai tali da

raggiungere la soglia di rottura. La Tabella 35 riporta i valori delle tensioni principali massime ottenute dai due programmi su tutto il modello con le coordinate del punto cui tale tensione compete.

	$\sigma$ [MPa] PLAXIS	x [m]	y [m]	z [m]	$\sigma$ [MPa] 3DEC	x [m]	y [m]	z [m]
$\sigma_{1\max}$	70.19 (di compressione)	346.07	0.00	0.00	116 MPa (di compressione)	365	59	96
$\sigma_{1\min}$	-1.464 (di trazione)	320.30	61.30	95.00	-2 MPa (di trazione)	350	59	88
$\sigma_{3\max}$	11.57 (di compressione)	346.07	0.00	0.00	9.36 MPa (di compressione)	365	59	96
$\sigma_{3\min}$	-7.77 (di trazione)	360.41	39.08	95.00	8 MPa (di trazione)	320	59	125

Tabella 35 – Tensioni principali massime e minime da PLAXIS e da 3DEC

Per quanto riguarda invece l'analisi degli spostamenti, la Tabella 36 riporta i valori massimi ottenuti da PLAXIS secondo le tre direzioni x, y, z.

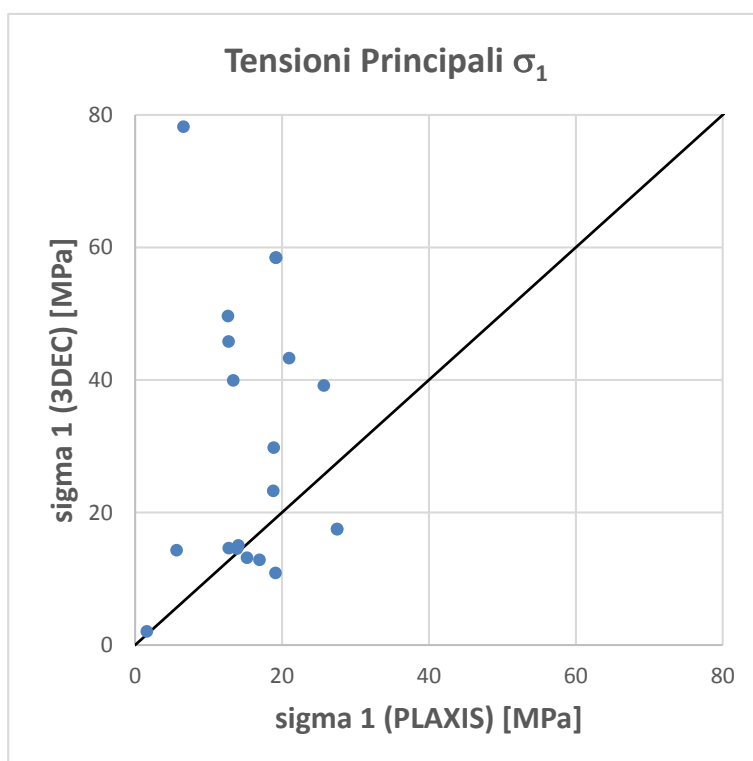


Figura 79 – Valori della tensione principale maggiore  $\sigma_1$  ottenuti da PLAXIS e da 3DEC a confronto per i primi 20 punti di monitoraggio

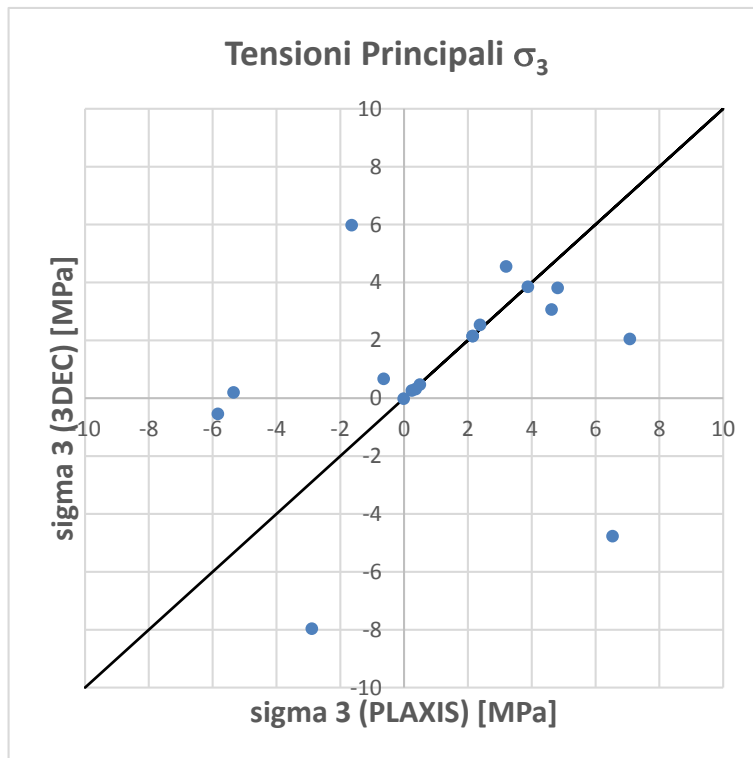


Figura 80 - Valori della tensione principale minore  $\sigma_3$  ottenuti da PLAXIS e da 3DEC a confronto per i primi 20 punti di monitoraggio

	$ u_{\max} $ [mm]	x [m]	y [m]	z [m]
$u_x$	13.5	365.0	66.4	103.6
$u_y$	5.2	336.2	34.0	103.0
$u_z$	12.9	333.02	66.1	95.0

Tabella 36 – Spostamenti massimi ottenuti da PLAXIS secondo le tre direzioni x, y, z

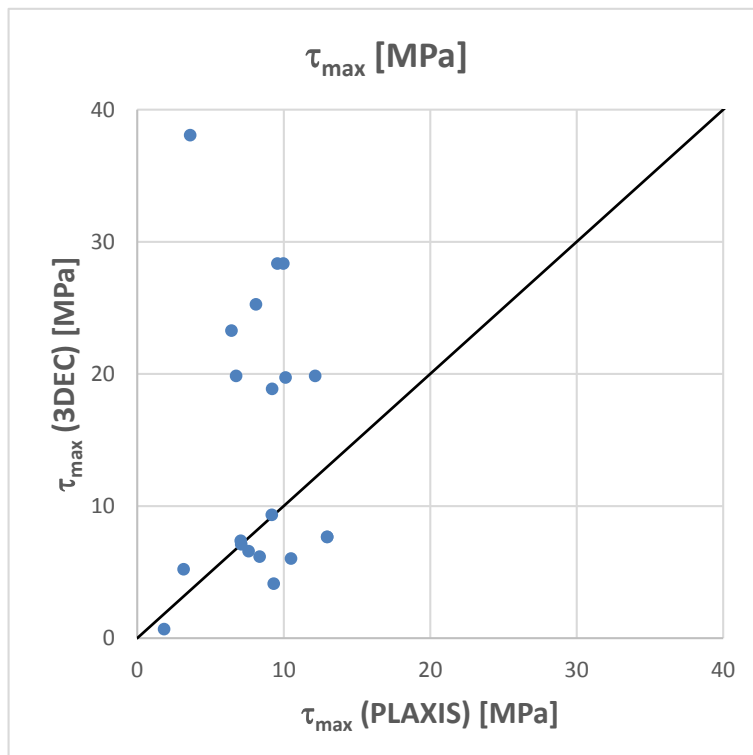


Figura 81 - Valori della tensione tangenziale  $\tau_{\max}$  ottenuti da PLAXIS e da 3DEC a confronto per i primi 20 punti di monitoraggio

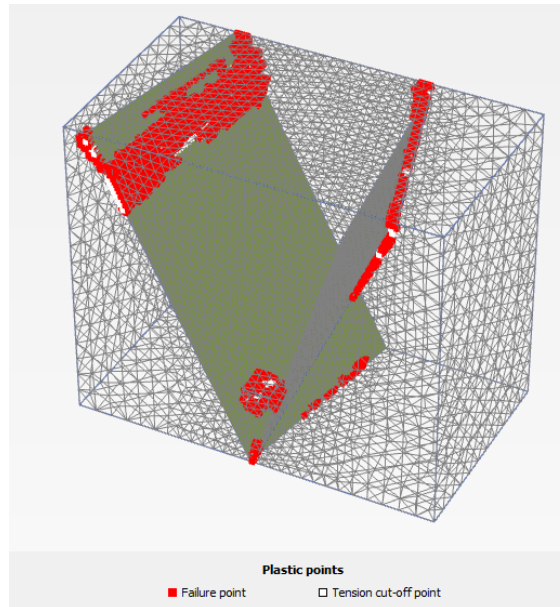


Figura 82 – Indicazione dei punti che hanno raggiunto il limite di rottura secondo PLAXIS (GSI 66)

Dagli output grafici di 3DEC si ricava uno spostamento max di circa 40 cm, nella sezione parallela all'asse xz passante per il centro della camera, in corrispondenza dell'intersezione tra la camera stessa e famiglia di discontinuità K3. Sempre nell'intorno della camera, ma al di fuori dell'intersezione con la famiglia K3 gli spostamenti variano tra 1 e 2 cm e sono quindi paragonabili con quelli ottenuti da PLAXIS.

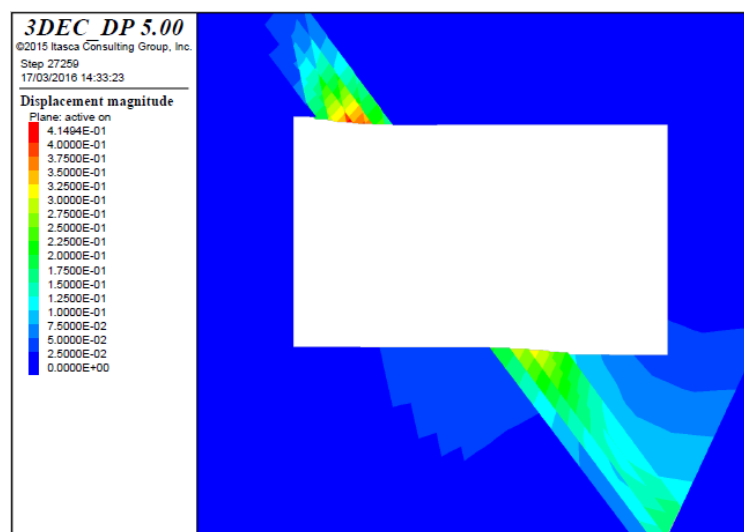


Figura 83 – Spostamenti [m] nell'intorno della camera (3DEC)

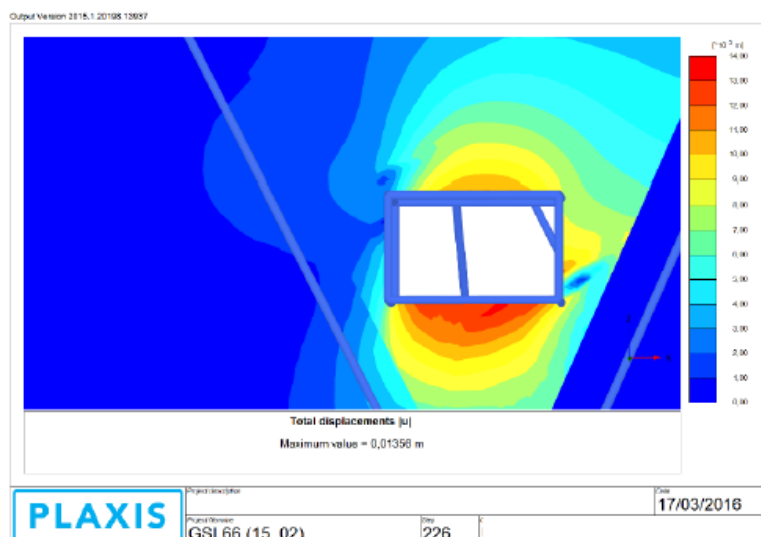


Figura 84 - Spostamenti nell'intorno della camera (PLAXIS)

Dalla Figura 78 si nota chiaramente la netta differenza in termini di livello tensionale a rottura tra il criterio di Mohr-Coulomb e quello di Hoek-Brown. L'impiego, nel modello continuo equivalente (PLAXIS) di parametri resistenti opportunamente ridotti porta ad un abbassamento dell'involuppo di rottura rispetto a quello che si ha utilizzando, quali parametri resistenti (coesione e angolo di attrito), i valori che rappresentano la base del comportamento meccanico della roccia intatta. L'entità della riduzione dei parametri resistenti nel modello equivalente è stata valutata mediante il software RocLab 1.0 (RocScience). RocLab consente, una volta inseriti i parametri del criterio di Hoek-Brown ( $\sigma_c$ , GSI,  $m_i$  e D) di ricavare i corrispondenti valori del criterio di Mohr-Coulomb ( $c$  e  $\Phi$ ) che meglio approssimano la curva di Hoek-Brown in uno specifico intervallo di tensione principale minore  $\sigma_3$ . Viceversa, considerando i parametri  $c = 20$  MPa e  $\Phi = 37^\circ$  introdotti nella modellazione discontinua, si è risaliti ai parametri corrispondenti del criterio di Hoek-Brown, mantenendo fisso il valore della  $\sigma_c$  pari a 99 MPa. I risultati sono riportati in Tabella 37. Gli involuppi di Hoek-Brown e di Mohr-Coulomb rispettivamente utilizzati per la modellazione continua e per quella discontinua sono rappresentati nel piano delle tensioni principali insieme ai corrispondenti involuppi equivalenti ricavati da RocLab (Figura 85).

Hoek-Brown (PLAXIS)		Mohr-Coulomb Fit Parameters		Mohr-Coulomb (3DEC)		Hoek-Brown Fit Parameters	
$\sigma_c$	99 MPa	c	6.34 MPa	c	20 Mpa	$\sigma_c$	99 MPa
GSI	66					GSI	98
$m_i$	9	$\Phi$	34.2°	$\Phi$	37°	$m_i$	6
D	0					D	0

Tabella 37 – Criterio di Hoek-Brown e Criterio di Mohr-Coulomb, parametri equivalenti per  $\sigma_{3max} = 24.75$  MPa

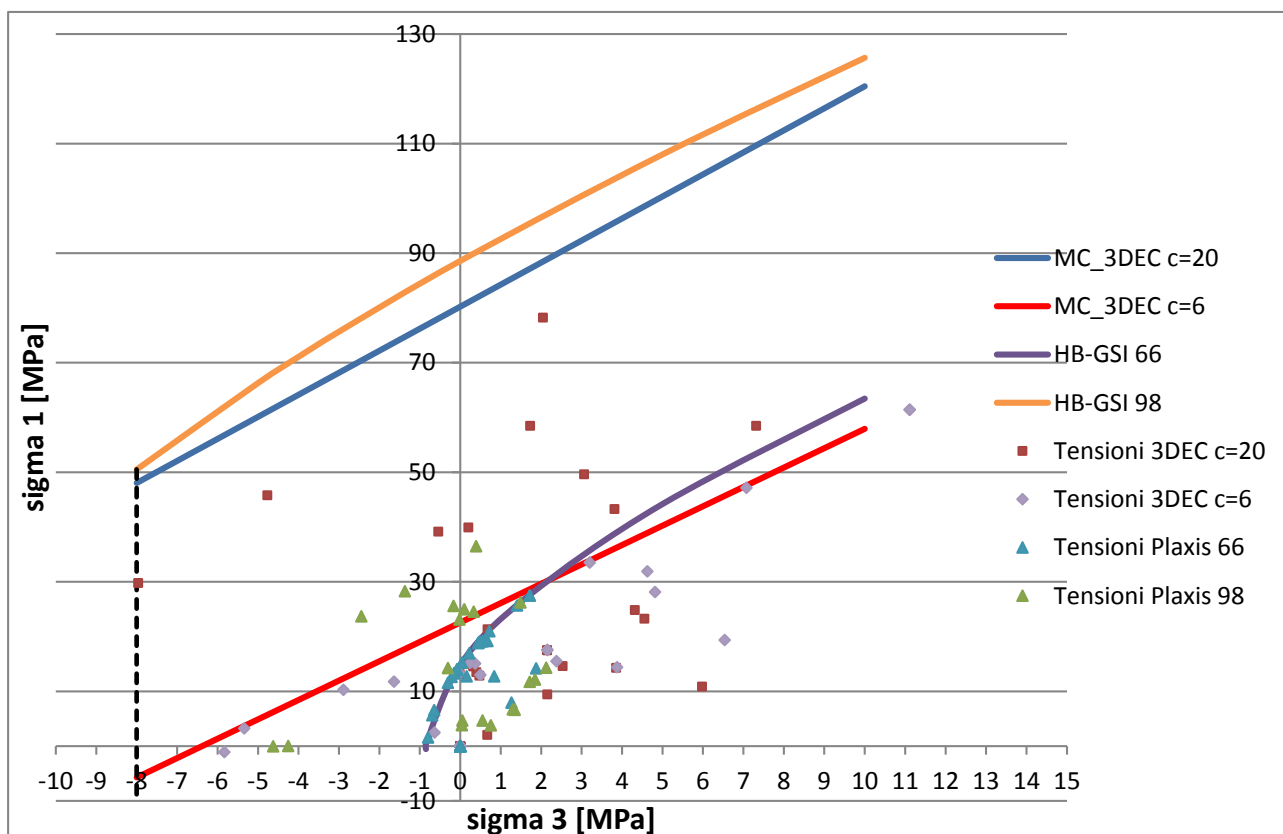


Figura 85 - Inviluppi di rottura equivalenti (Mohr-Coulomb, Hoek-Brown) nel piano  $\sigma_1$ - $\sigma_3$  e valori delle tensioni principali da PLAXIS e da 3DEC per i primi 20 punti di monitoraggio

Infine, l'ultima analisi svolta è stata effettuata utilizzando indirettamente il criterio di rottura [1.1] della UOIM nel modello di PLAXIS, mediante il criterio di Mohr-Coulomb in condizioni non drenate, come riportato al paragrafo 5.1.3, utilizzando i parametri

$$c_u = 10 \text{ MPa}$$

$$\Phi_u = 0^\circ$$

Fermo restando la geometria del modello FEM descritta al paragrafo 5.3.2, sono state ricavate le tensioni principali nei punti di monitoraggio analizzati. I risultati sono schematizzati in Figura 86. La medesima figura riporta inoltre le misure dello stato tensionale (Tabella 38) effettuate dalla UOIM della USL1 di Massa Carrara e riportate nel già citato articolo (Ferrero et al., 2013). Le suddette misure sono state effettuate in cinque diversi fori all'interno delle cave sotterranee di Ravaccione e Fantiscritti (Bacino di Miseglia, Carrara), mediante la cella CSIRO 3D Hollow Inclusion.

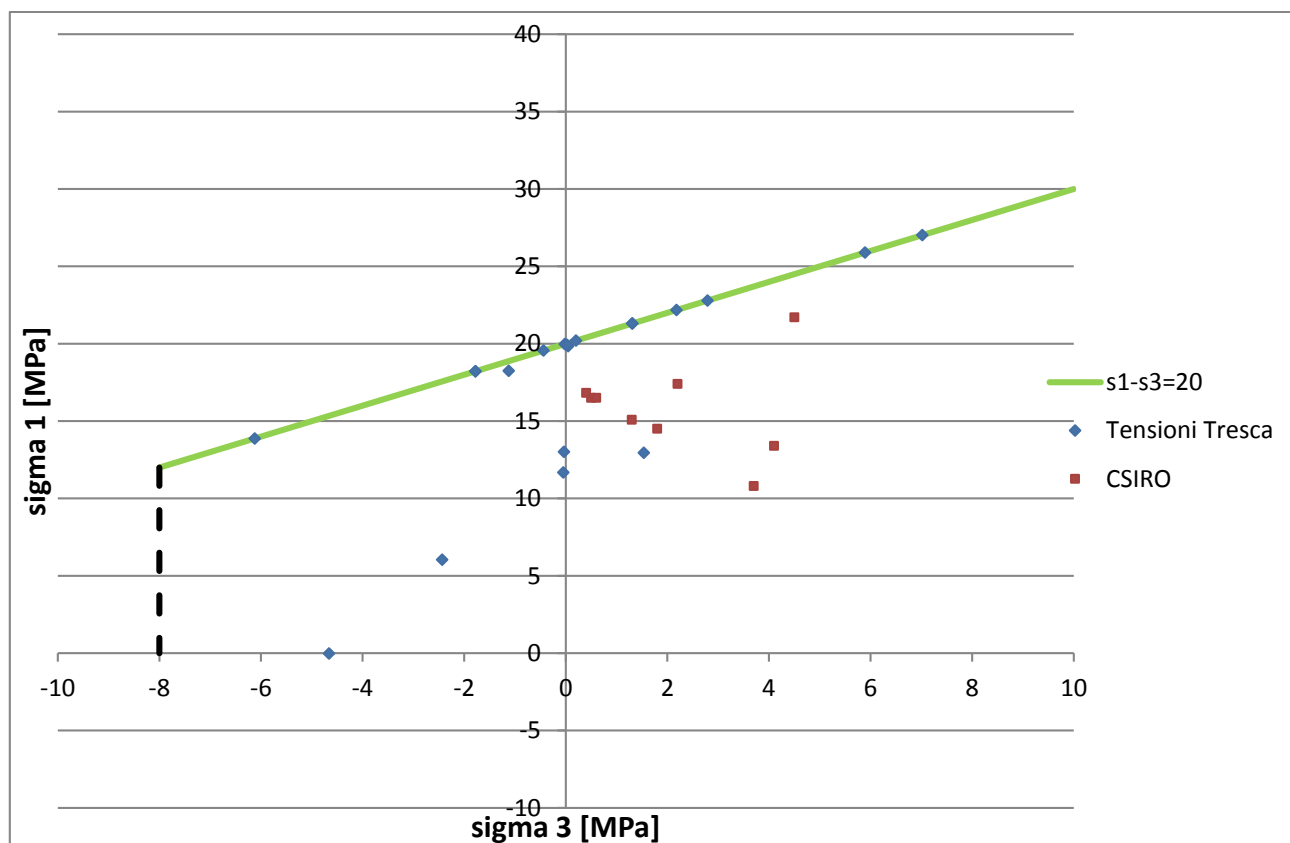


Figura 86 – Involuppo di rottura di Tresca ( $\sigma_1 - \sigma_3 = 20$  MPa), relative tensioni principali da PLAXIS e misure di tensione in sito da cella CSIRO

Borehole	$\sigma_1$ (MPa)	dip (°)	bear (°)	$\sigma_2$ (MPa)	dip (°)	bear (°)	$\sigma_3$ (MPa)	dip (°)	bear (°)
3D_01 01	17.4	53	172	4.3	27	40	2.2	23	-63
3D_01 02	10.8	46	170	5.2	41	16	3.7	13	-86
3D_02 01	16.5	79	-118	1.3	10	86	0.5	4	-5
3D_02 02	16.5	81	-67	2.2	9	117	0.6	1	27
3D_03 01	13.4	62	-68	5.7	27	128	4.1	7	37
3D_04 01	21.7	57	98	8.1	28	-117	4.5	16	-18
3D_04 02	14.5	59	147	3.9	0	-56	1.8	31	34
3D_05 01	15.08	65.7	40.2	2.64	24.2	-145.7	1.3	2.2	-54.7
3D_05 02	16.82	62.9	44.6	3.8	25.4	-156.9	0.4	8.7	-62.7

Tabella 38 – Valori e direzione delle tensioni principali ottenute dai risultati della cella CSIRO nelle cave di Ravaccione e Fantiscritti, bacino di Miseglia, Carrara (Ferrero et al, 2013)

### 5.3.4 Risultati

L'analisi ed il confronto dei risultati ha messo in luce prima di tutto la netta differenza negli output tensionali dei due programmi, considerando quelli che dovrebbero essere due modelli equivalenti, ovvero il modello continuo di PLAXIS (con GSI = 66) ed il modello discontinuo di 3DEC ( $c = 20$  MPa,  $\Phi = 37^\circ$ ). La ridistribuzione delle tensioni che si ha nella modellazione FEM una volta raggiunto, in un qualsiasi punto del modello, il limite di rottura, porta ad avere tensioni più contenute ed uniformi rispetto a quelle che si ottengono considerando il modello discontinuo. In quest'ultimo il limite di rottura è ben lontano da quello utilizzato nel modello continuo e, benché vengano raggiunti livelli tensionali decisamente superiori, non sono comunque mai tali da avvicinarsi alla rottura (Figura 78). Considerando invece nel modello discontinuo il limite di rottura per  $c = 6$  MPa e  $\Phi = 34^\circ$ , allora anche in questo caso (Figura 85) si nota come i punti ( $\sigma_3, \sigma_1$ ) si attestino tutti al di sotto o al più al limite dell'involuppo di Mohr-Coulomb, con una evidente ridistribuzione delle tensioni.

Per poter estrapolare ed utilizzare i dati dai modelli numerici è indispensabile un confronto degli output con i livelli tensionali riscontrati effettivamente in sito. Le misure di tensione delle cave di Ravaccione e Fantiscritti (Tabella 38) sono riportate in Figura 87 insieme agli involuppi ed alle tensioni del modello discontinuo e del



continuo equivalente. Si nota come tutti i punti rappresentativi dello stato tensionale in sito si attestino al di sotto dell'involuppo di Hoek-Brown opportunamente scalato (GSI = 66) del modello continuo. La riduzione dei parametri resistenti per la realizzazione del modello continuo equivalente che poteva apparire troppo conservativa, risulta invece necessaria affinché il confronto tra tensioni effettive e tensioni limite possa essere considerato significativo. L'impiego dei parametri resistenti  $c = 20$  MPa e  $\Phi = 37^\circ$  del marmo di Carrara risulta quindi essere poco cautelativo, portando ad una sovrastima della resistenza che l'ammasso roccioso è in grado di offrire. I risultati riscontrati dalla modellazione risultano in linea con quanto già presupposto al Capitolo 3 in merito all'applicazione dei parametri fragili per il marmo di Carrara: considerare contemporaneamente il contributo della coesione e dell'attrito può portare ad una sovrastima della resistenza dell'ammasso che non corrisponde assolutamente con quella riscontrata in sito. La stessa Figura 87 riporta inoltre l'andamento della retta [1.1] indicata dalla UOIM di Massa Carrara, in base alle determinazioni sperimentali, come crack initiation threshold per il marmo di Carrara (Capitolo 1).

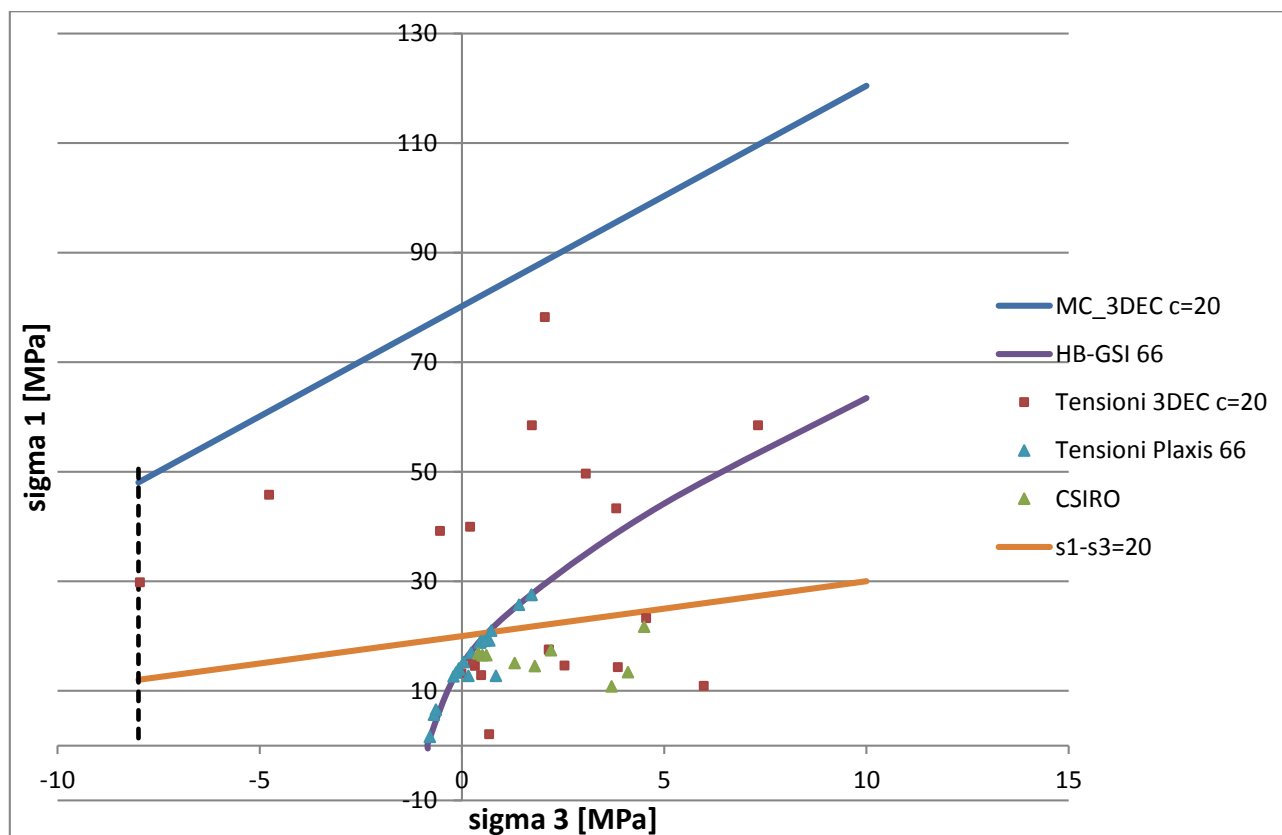


Figura 87 - Involuppi di rottura (Mohr-Coulomb, Hoek-Brown) nel piano, tensioni principali da PLAXIS e da 3DEC e misure di tensione in sito da cella CSIRO

La marcata differenza che si ha comunque tra l'involuppo di Hoek-Brown ed il criterio impiegato per il bacino di Carrara [1.1] suggerisce piuttosto l'implementazione di quest'ultimo nella modellazione, come riportato nel paragrafo precedente. Il criterio di Hoek-Brown infatti, soprattutto per i più alti valori di  $\sigma_3$ , sembra sovrastimare eccessivamente la resistenza dell'ammasso, il che potrebbe portare ovviamente a pericolose conclusioni. Per quanto riguarda gli spostamenti, l'output di Figura 83 ad esempio, relativo al modello discontinuo, evidenzia dei movimenti in corrispondenza proprio di una delle tre famiglie di discontinuità, le quali non sono state però introdotte nel modello continuo. Lontano dalle discontinuità invece i due programmi forniscono risultati del tutto simili.

## 6. Conclusioni

Le prove di laboratorio effettuate nel corso degli anni sul marmo di Carrara hanno consentito di caratterizzare una matrice rocciosa omogenea e di definire i parametri relativi al criterio di resistenza curvilineo di Hoek-Brown, ampiamente utilizzato nell'ambito della meccanica delle rocce, i quali rientrano nei range dei valori suggeriti in letteratura per i marmi. L'applicazione pratica del suddetto criterio a grande scala alle cave di Carrara, non ha portato però i risultati sperati: Le tensioni rilevate in sito in quei punti dove erano evidenti i segni di collasso incipiente non trovano corrispondenza con i livelli di resistenza dati dal criterio di Hoek-Brown, risultando sovrastimati o sottostimati a seconda del livello tensionale considerato. In generale risulta piuttosto conservativo per basse pressioni di confinamento mentre, ancora peggio, per le alte pressioni di confinamento il suddetto criterio sembra sovrastimare eccessivamente la resistenza dell'ammasso.

La mancata corrispondenza tra le evidenze riscontrate in sito ed i risultati di laboratorio è stata riscontrata anche in altre situazioni da altri autori e molto spesso è stata attribuita ad un problema di scala. Infatti un campione di laboratorio non potrà essere certamente rappresentativo di un ammasso, caratterizzato dalla presenza di piani di discontinuità che ne modificano sia l'assetto deformativo che le sollecitazioni in gioco. Ma nel caso degli ammassi rocciosi di Carrara, caratterizzati da un grado di fratturazione da basso a medio e date le evidenze riscontrate in sito in termini di sollecitazioni in condizioni di incipiente rottura, si ritiene giustificata l'ipotesi di un indebolimento della roccia causato da un processo di micro-fratturazione della stessa. La formazione di tali micro-fratture è apparentemente innocua e si esplica senza alcun segno evidente per le maestranze che si trovano a lavorare nell'ambito. L'ammasso roccioso però in seguito a questo processo subisce indebolimento nella direzione parallela a quella delle fratture, con la formazione quindi di piani più deboli. Questi piani di debolezza, inizialmente stabili, possono però causare il collasso dell'ammasso. Le sollecitazioni agenti in questi ambiti possono cambiare spesso direzione, a causa ad esempio dalla successione delle fasi di scavo, dagli ulteriori ribassi che snelliscono le strutture portanti o dalle ri-distribuzioni dei carichi causate dalla ripresa delle operazioni di scavo in cave limitrofe. La nuova distribuzione delle sollecitazioni può giocare a sfavore nei confronti di quei piani di debolezza precedente formatisi portando al collasso dell'ammasso. Inoltre, queste fratture parallele ai margini dello scavo riducono ulteriormente la pressione di confinamento nell'ambiente circostante, generando le condizioni favorevoli per la formazione di ulteriori fratture innescando una specie di processo a catena. Un tale comportamento trova ulteriore giustificazione nell'applicazione dei parametri fragili del criterio di Hoek-Brown, in cui il processo di fratturazione fragile della roccia è governato, nella fase iniziale, dalla sola componente coesiva della resistenza. Una volta esaurita tale risorsa resistente, quando ormai si sono formate le fratture, entrerà in gioco la componente attritiva. Il confronto tra le soglie resistenti stimate attraverso i suddetti parametri e le evidenze in sito fanno ben sperare per future applicazioni pratiche nell'ambito della progettazione di piani di coltivazione per il comprensorio di Carrara.

L'analisi critica dei metodi empirici di progettazione ha evidenziato, a fronte di una notevole praticità applicativa, una serie di limitazioni quali la limitata estensione di alcuni database in base ai quali sono state ricavate le formule; il fatto che pilastri di diverso tipo vengono considerati nel medesimo database (ad esempio pilastri quadrati e i cosiddetti rib pillars, che sono pilastri con una dimensione in pianta molto maggiore rispetto all'altra, e quindi con un comportamento molto diverso); infine la posizione del pilastro all'interno della camera di coltivazione non viene considerata (ad esempio se un pilastro è situato vicino al margine della camera o se è vicino ad un pilastro che ha già raggiunto il collasso). Inoltre le suddette formule sono state ricavate generalmente in presenza di distribuzioni regolari di pilastri simili tra loro, condizione ben diversa da quella riscontrata nel bacino estrattivo di Carrara, caratterizzato da geometrie complesse e scavi di forma irregolare. I metodi numerici consentono di ovviare a queste limitazioni, consentendo di ottimizzare la progettazione di uno scavo, considerando quelle risorse che l'ammasso può comunque fornire ma che sono impossibili da mettere in conto in una progettazione di tipo empirico. Inoltre, la particolarità dello stato di sforzo del comprensorio estrattivo di Carrara che risulta diverso da quello prettamente litostatico, difficilmente può essere messo in conto se non con una adeguata modellazione. Pertanto l'impiego dei metodi empirici risulta piuttosto limitato ed i metodi numerici potrebbero costituire un valido strumento per oltrepassare questi limiti.

Il confronto tra modellazione numerica continua e discontinua ha portato a risultati interessanti. Il modello continuo equivalente realizzato mediante il codice di calcolo PLAXIS, sembra dare buoni risultati. I parametri introdotti impiegando il criterio di Hoek-Brown sono stati ricavati a partire dai dati di laboratorio seguendo l'opportuno processo di riduzione per tenere conto dell'indebolimento subito dall'ammasso per la presenza delle discontinuità. Nella modellazione discontinua invece sono stati impiegati direttamente i parametri della roccia intatta, usando il criterio di Mohr-Coulomb ma riproducendo fedelmente la geometria iniziale ipotizzata con le relative famiglie di discontinuità. In questo caso il modello fornisce livelli tensionali ben più alti che praticamente non sono mai stati riscontrati nelle cave di Carrara in quanto le rotture si sono verificate per

sollecitazioni decisamente inferiori. Si riscontra quindi ancora una volta un problema di scala: i dati di laboratorio ricavati sui provini non sono rappresentativi del comportamento a grande scala dell'ammasso, il loro impiego nelle analisi di stabilità può portare a risultati totalmente irreali e, cosa ancora più grave, a conclusioni assolutamente non cautelative. Queste considerazioni possono fornire un valido supporto per gli operatori ed i progettisti del settore riguardo alla scelta dei parametri da utilizzare per le analisi numeriche, ormai ampiamente diffuse ed utilizzate. Favorire in maniera assoluta la scelta di un metodo di analisi (FEM/DEM) piuttosto che l'altro sarebbe sbagliato. La scelta del metodo di modellazione da adottare deve essere fatta di volta in volta, a seconda soprattutto dell'obiettivo per cui si ricorre alla modellazione numerica. L'auspicio è quello che queste considerazioni possano fornire un valido punto di partenza per successivi sviluppi della ricerca, per cercare di capire come possano essere opportunamente scalati i parametri della roccia intatta da utilizzare non solo per la realizzazione di un continuo equivalente ma anche per le modellazioni discontinue, e per aiutare i progettisti del settore che quotidianamente si trovano ad operare scelte che, apparentemente scontate, risultano invece essere determinanti affinché l'esito delle analisi sia effettivamente utile ed attendibile.

## 7. APPENDICE A \_ La Fratturazione della roccia in Compressione: Applicazione dello Sliding Crack Model

Lo Sliding Crack Model (Figura 88) è un modello meccanico piuttosto semplice che può essere utilizzato per prevedere la formazione di eventuali ulteriori fratture a partire da una frattura piana già presente nella roccia soggetta ad una prevalente sollecitazione di compressione confinata. Le fratture così generate (wing cracks) sono di tipo estensionale, come evidenziato anche dalle osservazioni al microscopio e per lo più allineate secondo la direzione della massima sollecitazione di compressione.

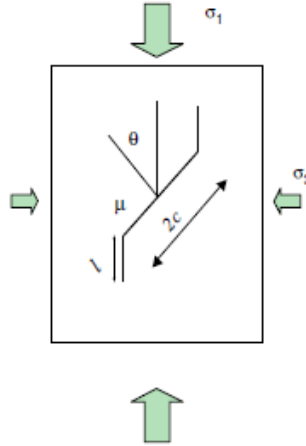


Figura 88 - Geometria di una Sliding crack di lunghezza iniziale pari a  $2c$  e wing cracks di lunghezza pari a  $l$  (Cai M. , 2010)

Una volta iniziato il processo di fratturazione, la successiva propagazione costituisce un processo stabile: ciò significa che la frattura si estende di una piccola quantità in seguito ad un dato incremento di sollecitazione. Con riferimento alla Figura 88, la frattura iniziale ha una lunghezza pari a  $2c$ ,  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$  rappresentano rispettivamente lo sforzo assiale e di confinamento applicati al contorno del modello,  $\theta$  rappresenta l'angolo tra la normale alla frattura stessa e la direzione dello sforzo applicato  $\sigma_1$ . Considerando delle wing cracks con una lunghezza iniziale pari a  $l$  (Figura 88), lo stress intensity factor è (Cai M. , 2010):

$$K_I = \frac{2c\tau\cos\theta}{\sqrt{\pi l}} - \sigma_3\sqrt{\pi l} \quad [A.1]$$

Lo sforzo di taglio  $\tau$  effettivo che agisce sulla frattura iniziale è:

$$\tau = \tau_n - \mu\sigma_n \quad [A.2]$$

Nella precedente, essendo  $\mu$  il coefficiente d'attrito ed essendo  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$  rispettivamente la sollecitazione principale massima e minima, si ha:

$$\sigma_n = \frac{1}{2}[(\sigma_1 + \sigma_3) + (\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\theta] \quad [A.3]$$

$$\tau_n = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\theta \quad [A.4]$$

per cui si ottiene:

$$\tau = \frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\theta - \mu(\sigma_1 + \sigma_3 + (\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\theta)] \quad [A.5]$$

La propagazione della frattura si verifica nel momento in cui:

$$K_I = K_{IC}$$

dove  $K_{IC}$  è la resistenza alla fratturazione della roccia. Lo stress intensity factor  $K_I$  ha un andamento decrescente all'aumentare della lunghezza della wing crack  $l$ . L'espressione precedentemente riportata di  $K_I$  è valida per valori di  $\tau$  maggiori di 0, altrimenti è  $K_I = 0$ . La propagazione delle wing cracks si verifica in seguito ad un incremento della tensione  $\sigma_1$  o ad una diminuzione della  $\sigma_3$  a seconda che venga mantenuta costante rispettivamente la pressione di confinamento  $\sigma_3$  o la tensione  $\sigma_1$ .

Lo Sliding Crack Model appena descritto è stato oggetto di una analisi parametrica al fine di valutare l'influenza delle diverse grandezze in gioco sulla propagazione delle wing cracks.

Tali grandezze sono rappresentate da:

- angolo di inclinazione  $\theta$  tra la normale alla frattura e la direzione della sollecitazione principale massima  $\sigma_1$ ;
- il rapporto  $\sigma_3/\sigma_1$  tra le tensioni principali rispettivamente minima e massima;
- la differenza tra le tensioni ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ).

I parametri geometrici considerati sono:

$2c = 4.5$  cm (lunghezza iniziale della Sliding crack);

$l = 0.25$  mm (lunghezza iniziale delle Wing cracks)

Per quanto riguarda invece i parametri meccanici, è stato inizialmente considerato un angolo di resistenza al taglio pari a  $45^\circ$ , pertanto il coefficiente di attrito  $\mu$  è:

$$\mu = \tan 45 = 1$$

Volendo in primo luogo analizzare l'influenza del solo parametro  $\theta$  sulla eventuale propagazione di wing cracks, i valori delle sollecitazioni sono stati mantenuti costanti e pari a:

$$\sigma_1 = 20 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = 0 \text{ MPa}$$

Da notare il valore molto piccolo di  $l$ , pari a 0.25 mm. Il valore  $K_{Ic}$  indicativo della resistenza alla fratturazione della roccia è stato posto pari a  $1 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ . I risultati ottenuti sono sintetizzati in Tabella 9. Nelle condizioni sopra indicate la propagazione delle wing cracks si verifica per valori dell'angolo  $\theta$  compresi tra  $50^\circ$  e  $75^\circ$ . Il valore critico di  $\theta$ , ossia il valore corrispondente al massimo di  $K_I$  è  $\theta=60^\circ$ , a cui corrisponde il massimo valore di  $K_I = 2.94 \text{ MPa}/\text{m}^{1/2}$ .

$\theta$ [°]	$\tau$ [MPa]	$K_I$	Crack Propagation
0	-20.00	0.00	NO
5	-18.11	0.00	NO
10	-15.98	0.00	NO
15	-13.66	0.00	NO
20	-11.23	0.00	NO
25	-8.77	0.00	NO
30	-6.34	0.00	NO
35	-4.02	0.00	NO
40	-1.89	0.00	NO
45	0.00	0.00	NO
50	1.58	1.64	SI
55	2.82	2.59	SI
<b>60</b>	<b>3.66</b>	<b>2.94</b>	<b>SI</b>
65	4.09	2.77	SI
70	4.09	2.25	SI
75	3.66	1.52	SI
80	2.82	0.79	NO
85	1.58	0.22	NO
90	0.00	0.00	NO

Tabella 39 - Risultati dello Sliding Crack Model per  $2c = 4.5$  cm;  $l = 0.25$  mm;  $K_{Ic} = 1 \text{ MPa}/\text{m}^{1/2}$ ;  $\mu = 1$ ;  $\sigma_1 = 20 \text{ MPa}$ ;  $\sigma_3 = 0 \text{ MPa}$

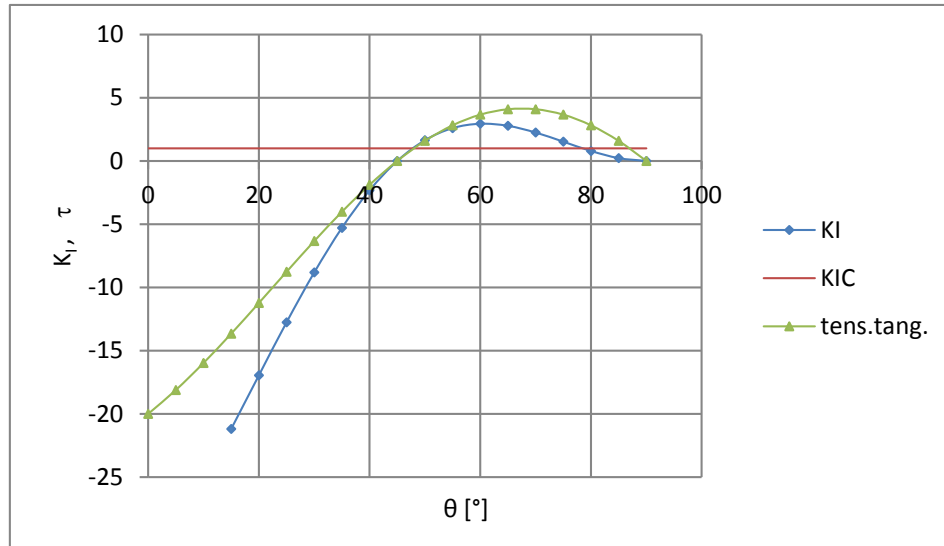


Figura 89 - Andamento di  $K_I$  e  $\tau$  in funzione dell'angolo  $\theta$  per  $2c = 4.5$  cm;  $l = 0.25$  mm;  $K_{IC} = 1$  MPa/m<sup>1/2</sup>;  $\mu = 1$ ;  $\sigma_1 = 20$  MPa;  $\sigma_3 = 0$  MPa

In seconda analisi, stabilito il valore critico di  $\theta$  di 60° e mantenendo invariati tutti gli altri parametri geometrici e meccanici, è stata svolta l'analisi in funzione del rapporto  $\sigma_3/\sigma_1$ , mantenendo però costante la differenza tra le tensioni stesse pari a:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 20 \text{ MPa}$$

$\sigma_1$ [MPa]	$\sigma_3$ [MPa]	$\sigma_3/\sigma_1$	$K_I$	Crack Propagation
20	0.00	0.00	2.94	SI
22	2.00	0.09	1.28	SI
24	4.00	0.17	0.00	NO
26	6.00	0.23	0.00	NO
28	8.00	0.29	0.00	NO

Tabella 40 - Risultati dello Sliding Crack Model per  $2c = 4.5$  cm;  $l = 0.25$  mm;  $K_{IC} = 1$  MPa/m<sup>1/2</sup>;  $\mu = 1$ ;  $\theta = 60^\circ$ ;  $\sigma_1 - \sigma_3 = 20$  MPa

La propagazione delle wing cracks si verifica solo nei primi due casi (Tabella 40), quindi per  $\sigma_3/\sigma_1 \leq 0.09$ . Mantenendo gli stessi parametri ma considerando un coefficiente d'attrito più basso, pari a 0.65, si riscontra ovviamente un aumento di  $K_I$  con propagazione delle wing cracks per valori del rapporto  $\sigma_3/\sigma_1$  sino a 0.23 ma comunque molto bassi (Tabella 41).

$\sigma_1$ [MPa]	$\sigma_3$ [MPa]	$\sigma_3/\sigma_1$	$K_I$	Crack Propagation
20	0	0.00	4.34	SI
22	2	0.09	3.24	SI
24	4	0.17	2.14	SI
26	6	0.23	1.04	SI
28	8	0.29	-0.06	NO

Tabella 41 - Risultati dello Sliding Crack Model per  $2c = 4.5$  cm;  $l = 0.25$  mm;  $K_{IC} = 1$  MPa/m<sup>1/2</sup>;  $\mu = 0.65$ ;  $\theta = 60^\circ$ ;  $\sigma_1 - \sigma_3 = 20$  MPa

Il valore  $\mu = 0.65$  corrisponde ad un angolo di resistenza al taglio di circa 32.8°. Analizzando i risultati ottenuti da questa elaborazione, mantenendo un valore costante del deviatore, si evince chiaramente che lo sviluppo e la propagazione delle wing cracks si verifica per bassi valori della pressione di confinamento  $\sigma_3$ , valori praticamente prossimi allo 0; e quindi per rapporti  $\sigma_3/\sigma_1$  molto bassi.

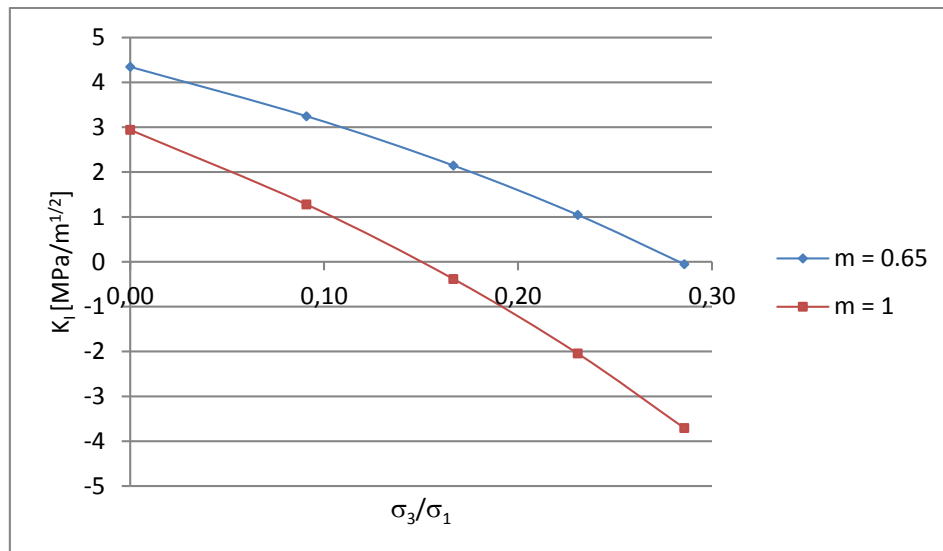


Figura 90 - Andamento di  $K_I$  in funzione del rapporto  $\sigma_3/\sigma_1$  per  $2c = 4.5$  cm;  $l = 0.25$  mm,  $K_{IC} = 1$  MPa/m<sup>1/2</sup>;  $\theta = 60^\circ$ ;  $\sigma_1 - \sigma_3 = 20$  MPa

Tutto ciò viene confermato dai risultati ottenuti sperimentalmente da Hoek (Hoek E. , 1965) il quale analizzò la relazione tra la propagazione della frattura ed il rapporto tra le tensioni  $\sigma_3/\sigma_1$  sulla base dei risultati ottenuti da tests su dei piatti in vetro (Figura 91). Se la pressione di confinamento  $\sigma_3$  viene ridotta a valori molto bassi, le fratture si propagano rapidamente, in maniera instabile, portando anche alla rottura del campione.

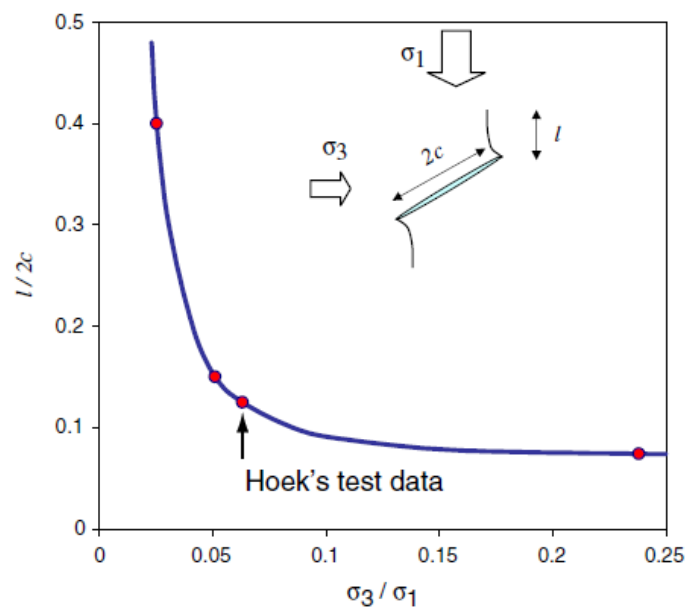


Figura 91 - Relazione tra  $l/2c$  e il rapporto  $\sigma_3/\sigma_1$  (Cai M. , 2010)

La roccia si comporta in maniera molto diversa a seconda che si trovi in condizioni di basse o di alte pressioni di confinamento. In presenza di basse pressioni di confinamento si possono verificare tipicamente fenomeni di instabilità quali spalling e slabbing mentre, nel caso di alte pressioni di confinamento, con maggiore probabilità si verificheranno fenomeni di rottura per taglio (shear failure). Il comportamento della roccia è strettamente legato al percorso di carico seguito ( $\sigma_3$  costante o  $\sigma_1$  costante).

Nel grafico di Figura 92 si può riscontrare l'andamento decrescente di  $K_I$  al crescere della lunghezza iniziale  $l$  delle wing cracks. Tale grafico è stato ottenuto considerando:  $2c = 4.5$  cm;  $K_{IC} = 1$  MPa/m<sup>1/2</sup>;  $\theta = 60^\circ$ ;  $\mu = 1$  e due valori del rapporto  $\sigma_3/\sigma_1$  ( $\sigma_3/\sigma_1 = 0$  MPa con  $\sigma_1 = 20$  MPa e  $\sigma_3 = 0$  MPa;  $\sigma_3/\sigma_1 = 0.09$  MPa con  $\sigma_1 = 22$  MPa e  $\sigma_3 = 2$  MPa).

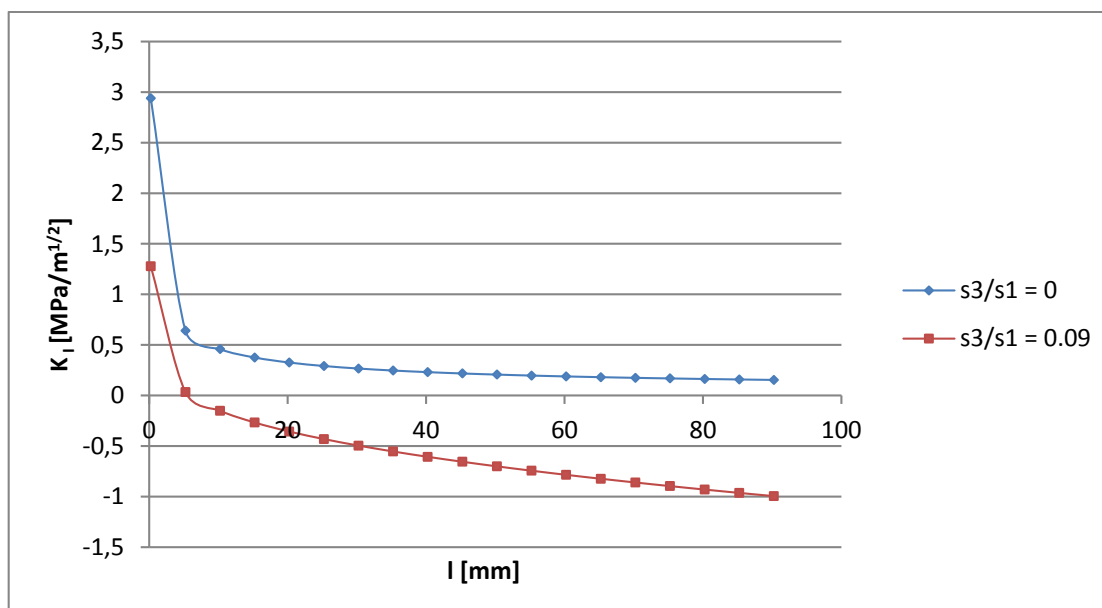


Figura 92 - Andamento di  $K_I$  in funzione di  $l$  per  $2c = 4.5$  cm;  $K_{IC} = 1$  MPa/m<sup>1/2</sup>;  $\mu = 1$ ;  $\theta = 60^\circ$ ;  $\sigma_1 = 20$  MPa,  $\sigma_3 = 0$  MPa

Nella Tabella 42 sono stati considerati valori crescenti di  $\sigma_3$  e si è cercato, in relazione a ciascuno di tali valori, il valore minimo della differenza  $\sigma_1 - \sigma_3$  (e quindi la relativa  $\sigma_1$ ) per cui è possibile prevedere la propagazione delle wing cracks in base allo Sliding Crack Model. Ai fini dello studio parametrico, i valori della  $\sigma_1$  sono stati portati fino a 243 MPa.

$\sigma_1$ [MPa]	$\sigma_3$ [MPa]	$\sigma_3/\sigma_1$	$\tau$ [MPa]	$\sigma_1 - \sigma_3$ [MPa]	$K_I$	Crack Propagation
10	0	0.00	1.83	10	1.04	SI
24	2	0.08	2.03	22	1.07	SI
38	4	0.11	2.22	34	1.10	SI
51	6	0.12	2.24	45	1.03	SI
65	8	0.12	2.43	57	1.06	SI
79	10	0.13	2.63	69	1.10	SI
92	12	0.13	2.64	80	1.02	SI
106	14	0.13	2.84	92	1.06	SI
121	16	0.13	3.22	105	1.19	SI
133	18	0.14	3.05	115	1.02	SI
147	20	0.14	3.24	127	1.05	SI
161	22	0.14	3.44	139	1.08	SI
174	24	0.14	3.45	150	1.01	SI
188	26	0.14	3.65	162	1.04	SI
202	28	0.14	3.84	174	1.07	SI
215	30	0.14	3.86	185	1.00	SI
229	32	0.14	4.05	197	1.03	SI
243	34	0.14	4.25	209	1.07	SI

Tabella 42 - Valori minimi del deviatore che consentono la propagazione delle Wing Cracks fissato il valore di  $\sigma_3$  ( $2c = 4.5$  cm;  $l = 0.25$  mm;  $K_{IC} = 1$  MPa/m<sup>1/2</sup>;  $\mu = 1$ ;  $\theta = 60^\circ$ )



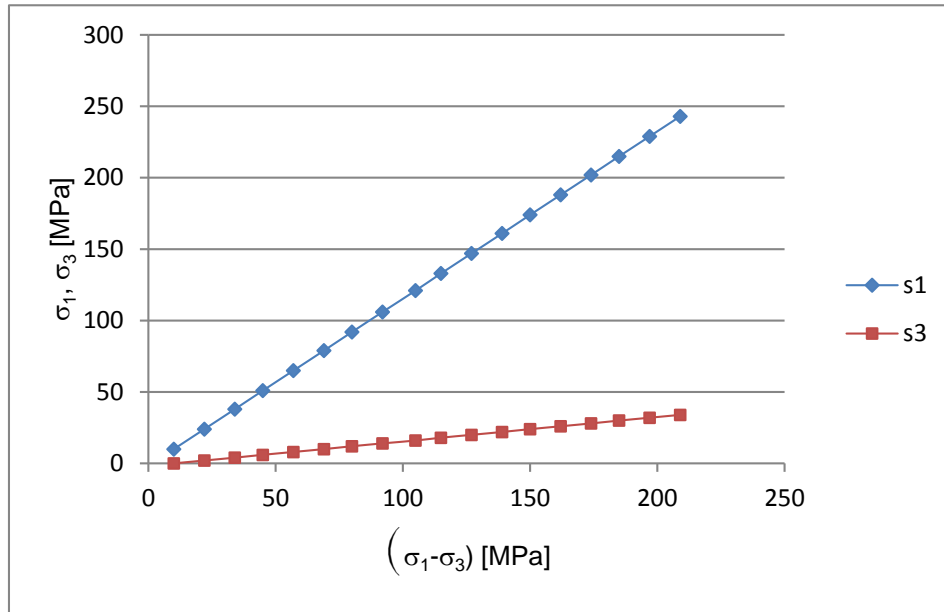


Figura 93 - Andamento di  $\sigma_1$  e di  $\sigma_3$  in funzione del deviatore minimo di propagazione della frattura ( $2c = 4.5$  cm;  $l = 0.25$  mm;  $K_{IC} = 1$  MPa/m<sup>1/2</sup>;  $\mu = 1$ ;  $\theta = 60^\circ$ )

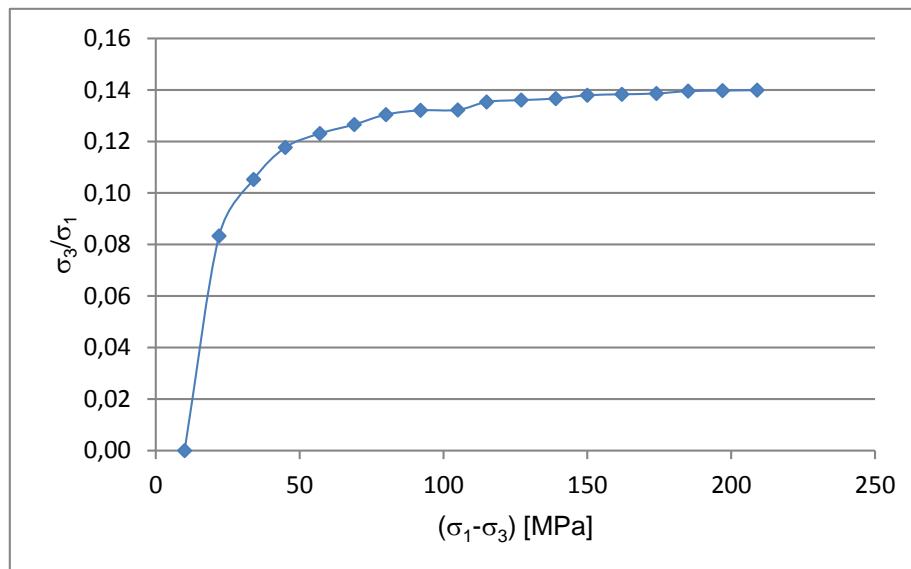


Figura 94 - Valore minimo di  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  necessario affinché si verifichi la propagazione della frattura in funzione del rapporto  $\sigma_3/\sigma_1$  ( $2c = 4.5$  cm;  $l = 0.25$  mm;  $K_{IC} = 1$  MPa/m<sup>1/2</sup>;  $\mu = 1$ ;  $\theta = 60^\circ$ )

$\sigma_1$ [MPa]	$\sigma_3$ [MPa]	$\sigma_3/\sigma_1$	$\tau$ [MPa]	$\sigma_1 - \sigma_3$ [MPa]	$K_I$	Crack Propagation
10	0.9	0.09	0.77	9.10	0.59	NO
12	1.08	0.09	0.92	10.92	0.71	NO
14	1.26	0.09	1.07	12.74	0.83	NO
16	1.44	0.09	1.22	14.56	0.94	NO
18	1.62	0.09	1.38	16.38	1.06	SI
20	1.8	0.09	1.53	18.20	1.18	SI
22	1.98	0.09	1.68	20.02	1.30	SI
24	2.16	0.09	1.84	21.84	1.41	SI
26	2.34	0.09	1.99	23.66	1.53	SI
28	2.52	0.09	2.14	25.48	1.65	SI
30	2.7	0.09	2.30	27.30	1.77	SI

Tabella 43 - Risultati dello Sliding Crack Model per  $2c = 4.5$  cm;  $l = 0.25$  mm;  $K_{IC} = 1$  MPa/m<sup>1/2</sup>;  $\mu = 1$ ;  $\theta = 60^\circ$ ;  $\sigma_1/\sigma_3 = 0.09$

$\sigma_1$ [MPa]	$\sigma_3$ [MPa]	$\sigma_3/\sigma_1$	$\tau$ [MPa]	$\sigma_1 - \sigma_3$ [MPa]	$K_I$	Crack Propagation
10	0.9	0.09	1.876666	9.1	1.481469	SI
12	1.08	0.09	2.251999	10.92	1.777763	SI
14	1.26	0.09	2.627332	12.74	2.074057	SI
16	1.44	0.09	3.002665	14.56	2.370351	SI
18	1.62	0.09	3.377998	16.38	2.666645	SI
20	1.8	0.09	3.753331	18.2	2.962939	SI
22	1.98	0.09	4.128664	20.02	3.259233	SI
24	2.16	0.09	4.503997	21.84	3.555527	SI
26	2.34	0.09	4.879331	23.66	3.851821	SI
28	2.52	0.09	5.254664	25.48	4.148115	SI
30	2.7	0.09	5.629997	27.3	4.444408	SI

Tabella 44 - Risultati dello Sliding Crack Model per  $2c = 4.5$  cm;  $l = 0.25$  mm;  $K_{IC} = 1$  MPa/m<sup>1/2</sup>;  $\mu = 0.65$ ;  $\theta = 60^\circ$ ;  $\sigma_1/\sigma_3 = 0.09$

I grafici riportati in Figura 93 ed in Figura 94 sono relativi alla condizione di propagazione della frattura. Per  $(\sigma_1 - \sigma_3) = 115$  MPa il rapporto  $\sigma_3/\sigma_1$  raggiunge il valore asintotico di 0.14 (Figura 94).

L'ultima elaborazione è stata invece effettuata mantenendo un valore costante del rapporto  $\sigma_3/\sigma_1$  mentre la variabile analizzata è la differenza  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ . In base ai risultati precedenti (Tabella 40) si è visto che le situazioni più critiche si hanno per bassi valori del rapporto tra le sollecitazioni principali. pertanto, volendo scegliere comunque un valore non nullo, è stato fissato  $\sigma_3/\sigma_1 = 0.09$  (Tabella 40). Per  $\mu = 1$  (Tabella 43) la propagazione delle wing cracks si verifica per  $(\sigma_1 - \sigma_3) \geq 16.38$  MPa. mentre considerando un valore più basso di  $\mu$  ( $\mu = 0.65$ ). i valori di  $K_I$  ovviamente si alzano e la propagazione delle wing cracks si verifica già per valori di  $(\sigma_1 - \sigma_3) = 9.1$  MPa (Tabella 44).

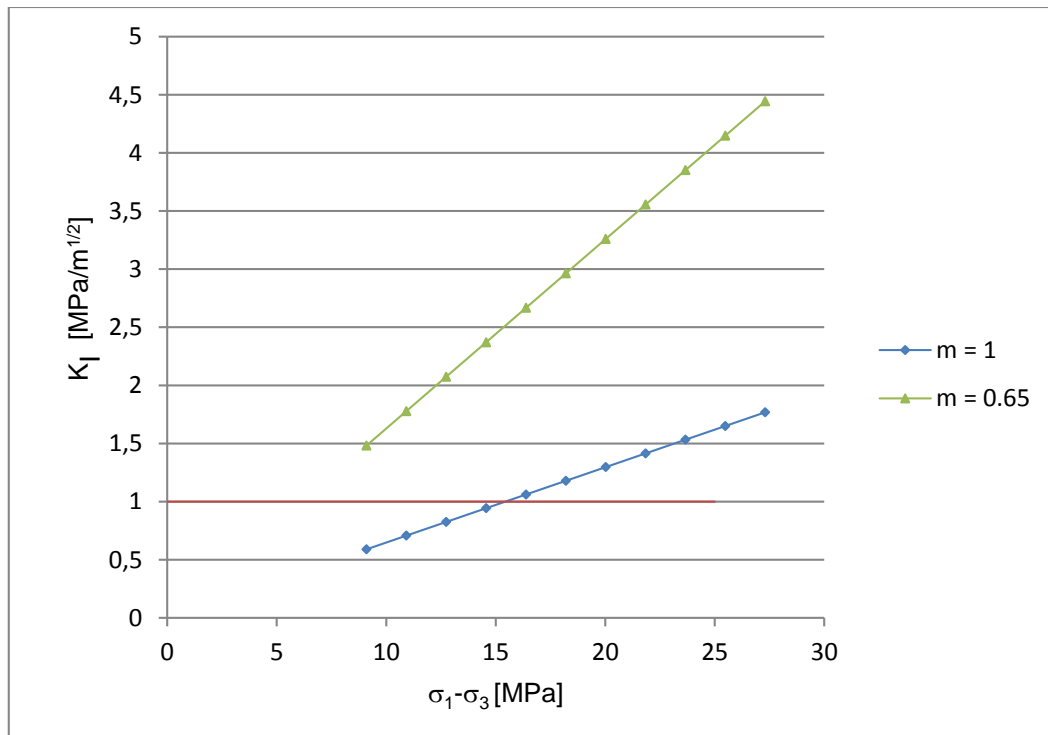


Figura 95 - Andamento di  $K_I$  in funzione del deviatore per  $2c = 4.5$  cm;  $l = 0.25$  mm;  $K_{IC} = 1$  MPa/m<sup>1/2</sup>;  $\theta = 60^\circ$ ;  $\sigma_3/\sigma_1 = 0.09$  considerando rispettivamente  $\mu = 1$  e  $\mu = 0.65$

## 8. Bibliografia

3DEC Manual, Version 5.0 and Version 4.1. (n.d.).

Amadei, B., & Pan, E. (1992). Gravitational Stresse in Anisotropic Rock Masses with Inclined Strata. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 29(3), 225-236.

Amadei, B., & Stephansson, O. (1997). *Rock stress and its measurements*. Chapman & Hall.

Amadei, B., Swolfs, H. S., & Savage, W. Z. (1988). Gravity-induced Stresses in Stratified Rock Masses. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 21, 1-20.

Anderson, E. M. (1951). *The Dynamics of Faulting and Dyke Formation with Application to Britain*. Edinburgh: Oliver and Boyd.

ASTMD4729-87. (1993). Standard test method for in-situ stress and modulus of deformation using the flatjack method. In *Annual Book of ASTM Standards*.

Aydan, O., Genis, M., Akagi, T., & Kawamoto, T. (2001). Assessment of Susceptibility of Rock Bursting in Tunnelling in Hard Rocks. In *Modern Tunneling Science and Technology* (pp. 391-396). Adachi et al (eds).

Barla, M. (2010). *Elementi di Meccanica e Ingegneria delle Rocce*. Torino: Celid.

Bieniawski, Z. (1967). Mechanism of brittle fracture of rock, parts I, II and III. *Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr*, 4(4), 395-430.

Bieniawski, Z. (1989). *Engineering rock mass classification*. New York: Wiley.

Blasi, P., Criscuolo, A., & Lisi, S. (1998). Il marmo di Carrara: aspetti geologici, merceologici e minerari. *Internazionale Marmi e Macchine Carrara S.p.A.*, (pp. 4-20). Carrara.

Brace, W., Paulding, B., & Scholz, C. (1966). Dilatancy in the Fracture of Crystalline Rocks. *Journal of Geophysical Research*, 71(16), 3939-3953.

Brown, E. T., & Hoek, E. (1978). Trends in Relationship between Measured In-situ Stresses and Depth. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr*, 15, 211-215.

Bruno, G. (2012). *Caratterizzazione geomeccanica per la progettazione ingegneristica*. Dario Flaccovio.

Cai, M. (2010). Practical Estimates of Tensile Strenght and Hoek-Brown Strenght Parameter mi of Brittle Rocks. *Rock Mech Rock Eng*, 43, 167-184.

Cai, M., Kaiser, P., Tasaka, Y., Maejima, T., Morioka, H., & Minami, M. (2004). Generalized crack initiation and crack damage stress threshold of brittle rock masses near underground excavations. *Int J Rock Mech Min Sci*, 5(41), 833-847.

Christiansson, R., & Hudson, J. A. (2003). ISRM Suggested Methods for rock stress estimation-Part 4: Quality control of rock stress estimation. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 40, 1021-1025.

Coli, M., & Garzonio, C. A. (2009). *ISRM, 1st Annual Technical and Cultural Field Trip - Carrara marble quarries*. University of Florence.

Cortopassi, A., Molli, G., & Ottria, G. (2006). Study of the brittle deformation in the Fantiscritti marble basin (Apuan Alps, Carrara, Italy) for the paleostress reconstruction. *t&a*, 27-45.

Cravero, M., Gulli, D., & Iabichino, G. (2003). Comparative mechanical characterization of marble by means of laboratory testing. *39th U.S. Rock Mech. Symp.* Cambridge (Mass.).

Cravero, M., Gulli, D., Iabichino, G., Nacci, F., & Valentino, D. (2002). Geomechanical characterization and numerical modelling of an open pit and underground marble quarry. *ISRM Int. Symp. On Rock Engineering for Mountainous Regions & Worksh. on Volcanic Rocks*, (pp. 571-578). Portugal.

Diederichs, M. (1999). *Instability of hard rockmasses: the role of tensile damage and relaxation*. Waterloo, Ontario, Canada: PhD thesis.

Diederichs, M., Kaiser, P., & Eberhardt, E. (2004). Damage initiation and propagation in hard rock during tunnelling and the influence of near-face stress rotation. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 41, 785-812.

Ferrero, A., Migliazza, M., & Segalini, A. (2009). In situ fracturing mechanics stress measurements to improve underground quarry stability analyses. *Proceedings of the 3rd CANUS Rock Mechanics Symposium*. Toronto.

- Ferrero, A. M., Migliazza, M., Segalini, A., & Gullì, D. (2013). In situ stress measurements interpretations in large underground marble quarry by 3D modeling. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 60, 103-113.
- Fossen, H. (2012). *Structural Geology*. New York: Cambridge University Press.
- Fredrich, J., Evans, B., & Wong, T.-F. (1989). Micromechanics of the brittle to plastic transition in Carrara Marble. *Journal of geophysical research*, 94(B4), 4129-4145.
- Fuchs, K., & Muller, B. (2001). World Stress Map of the Earth: a key to tectonic processes and technological applications. *Naturwissenschaften*, 88, 357-371.
- Gonzalez-Nicieza, C., Alvarez-Fernandez, M., Menendez-Diaz, A., & Alvarez-Vigil, A. (2006). A Comparative Analysis of Pillar Design Methods and its Applications to Marble Mines. *Rock Mech. Rock Engng.*, 39 (5), 421-444.
- Goodman, R. E. (1989). *Rock Mechanics*. John Wiley & Sons.
- Griffith, A. (1921). The Phenomena of Rupture and flow in Solids. *Phil. Trans. Royal Soc. London*, 221A, 163-198.
- Gullì, D. (2004). *Stima dello stato di sollecitazione in ammassi rocciosi: analisi delle tecniche di misura e sviluppo di un prototipo di cella deformometrica triassiale*. Politecnico di Torino: Tesi di Dottorato.
- Gullì, D., & Pellegrini, M. (2013). Stress analysis on Carrara marble quarries. *6th Int. Symp. on In-Situ Rock Stress*. Sendai, Japan.
- Haimson, B. C. (1993). The hydraulic fracturing method of stress measurement: theory and practice. In J. A. Hudson, *Comprehensive rock engineering* (Vol. 3, pp. 395-412). Oxford: Pergamon Press.
- Haimson, B. C., & Cornet, F. H. (2003). ISRM Suggested Methods for rock stress estimation-Part 3: hydraulic fracturing (HF) and/or hydraulic testing of pre-existing fractures(HTPF). *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 40, 1011-1020.
- Hedley, D., & Grant, F. (1972). Stope and pillar design for the Elliot Lake uranium mines. *Can. Inst. Min. Metall. Bull.*, 65, 37-44.
- Heidbach, O., Tingay, M., Barth, A., Reinecker, J., Kurfieb, D., & Muller, B. (2008). Retrieved from The release 2008 of the World Stress Map: [www.worldstress-map.org](http://www.worldstress-map.org)
- Heidbach, O., Tingay, M., Barth, A., Reinecker, J., Kurfieb, D., & Muller, B. (2010). Global crustal stress pattern based on the World Stress Map database release 2008. *Tectonophysics*, 482, 3-15.
- Herget, G. (1993). Rock stresses and rock stress monitoring in Canada, in *Comprehensive Rock engineering*. Pergamon Press, 3(19), 473-496.
- Hoek E., & Brown E.T. (1980). Empirical strength criterion for rock masses. *J.Geotech. Engng. Div., ASCE* 106 (GT9), 1013-1035.
- Hoek, E. (1965). Rock fracture under static stress conditions. *National Mechanical Engineering Research Institute, Council for Scientific and Industrial Research*. Pretoria, South Africa.
- Hoek, E., & Beniaowski, Z. (1984). Brittle Fracture Propagation in Rock Under Compression. *International Journal of Fracture*, 26, 276-294.
- Hoek, E., & Bieniawski, Z. (1965). Brittle Rock Fracture Propagation In Rock Under Compression. *International Journal of Fracture Mechanics*, 1(3), 137-155.
- Hoek, E., & Bieniawski, Z. (1965). Brittle Rock Fracture Propagation In Rock Under Compression. *International Journal of Fracture Mechanics*, 1(3), 137-155.
- Hoek, E., & Bray, J. W. (1981). *Rock Slope Engineering*. Institution of Mining and Metallurgy, E & FN Spon.
- Hoek, E., & Brown, E. (1997). Practical estimates of rock mass strength. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 34(8), 1165-1186.
- Hoek, E., & Brown, E. T. (1980). *Underground Excavations in Rock*. London: Institution of Mining and Metallurgy.
- Hoek, E., & Marinos, P. (2010). Tunneling in overstressed rock. *Rock Engineering in Difficult Ground Conditions-Soft Rocks and Karst* (pp. 49-60). Vrkljan: Taylor & Francis Group, London.
- Hoek, E., Carranza-Torres, C., & Corkum, B. (n.d.). Hoek-Brown failure criterion - 2002 Edition.
- Hudson, J. A. (2010). Stresses in rock masses: A review of key points. In *Rock Engineering in Difficult Ground Conditions-Soft Rocks and karst*. London: Taylor & Francis Group.
- Hudson, J. A., & Harrison, J. P. (1997). *Engineering Rock Mechanics An Introduction to the principles*. Pergamon.

- Hudson, J. A., Cornet, F. H., & Christiansson, R. (2003). ISRM Suggested Methods for rock stress estimation- Part 1: Strategy for Rock Stress Estimation. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 40, 991-998.
- Hudson, J., Brown, E., & Fairhurst, C. (1972). Shape of the complete stress-strain curve for rock. *Proceedings of 13th US Symposium on Rock Mechanics, Urbana*. (pp. 773-95). New York, American Society of Civil Engineers: Cording E.
- Hudyma, M. (1988). *Rib pillar design in open stope mining*. MAsC. thesis, Univ. Brit. Col.
- ISRM. (1997). Proposte metodologiche per la determinazione dello stato di sollecitazione della roccia. *Raccomandazioni ISRM\_Rivista Italiana di Geotecnica*, 60-83.
- J., S. (1992). Failure modes and pillar behaviour in the Zinkgruvan Mine. *Proc. 33rd U.S. symp. rock mech.* (pp. 491-500). Rotterdam: A.A. Balkema: Tillerson & Wawersik (eds.).
- Kaiser, P. K., & Cai, M. (2012). Design of rock support system under rockburst condition. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 4(3), 215-227.
- Kim, K., & JA, F. (1987). Suggested method for rock stress determination. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 24(1), 53-73.
- Kimmelman, M., Hyde, B., & Madgwick, R. (1984). The use of computer applications at BCL limited in planning pillar extraction and design of mining layouts. *Proceedings of ISRM Symposium: Design and performance of Underground Excavations* (pp. 53-63). London British Geotechnical Society : Brown ET, Hudson JA.
- Kiyohiko, Y. (2009). A theory of rock core-based methods for in-situ stress measurements. *Earth Planets Space*, 61, 1143-1161.
- Krauland, N., & Soder, P. (1987). Determining pillar strength from pillar observation. *Eng. Min. J.*, 8, 34-40.
- Leeman, E. (1969). The Doorstopper and triaxial rock stress measuring instruments developed by the C.S.I.R. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 305-339.
- Leeman, E. R. (1971). The CSIR "Doorstopper" and Triaxial Rock Stress Measuring Instruments. (Springer-Verlag, Ed.) *Rock Mechanics*, 3, 25-50.
- Li, C., Prikryl, R., & Nordlund, E. (1998). The stress-strain behaviour of rock material related to fracture under compression. *Engineering Geology*, 49, 293-302.
- Lin, W., Kwasniewski, M., Imamur, T., & Matsuki, K. (2006). Determination of three-dimensional in situ stresses from anelastic strain recovery measurement of cores at great depth. *Tectonophysics*, 426, 221-238.
- Lunder, P. J. (1994). *Hard rock pillar strength estimation: an applied empirical approach*. MAsC thesis, University of British Columbia.
- Lunder, P., & Pakalnis, R. (1997). Determination of the strength of hard-rock mine pillars. *Bull Can Inst Min Metall*, 90, 51-5.
- Martin, C., & Chandler, N. (1994). The progressive fracture of Lac du Bonnet granite. *Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr*(31), 643-59.
- Martin, C. (1994). The Strength of Massive Lac du Bonnet Granite around Underground Openings. *Ph.D Thesis*. University of Manitoba.
- Martin, C. (1997). Seventeenth Canadian Geotechnical Colloquium: the effect of cohesion loss and stress path on brittle rock strength. *Can Geotech J*(34), 698-725.
- Martin, C., & Maybee, W. (2000). The strength of hard-rock pillars. *International Journal of Rock Mechanics & Mining sciences*, 37, 1239-1246.
- Martin, C., Kaiser, P., & McCreath, D. (1999). Hoek-Brown parameters for predicting the depth of brittle failure around tunnels. *Can Geotech J*, 36(1), 136-51.
- Maybee, W. (2000). Pillar design in hard brittle rocks. *Doctoral dissertation Laurentian University Sudbury*.
- Mughieda, O., & Alzo'ubi, A. (2004). Fracture mechanisms of offset rock joints - a laboratory investigation. *Geotech Geol Eng* 22 (4), 545-562.
- Nemat-Nasser, S., & Horii, H. (1982). Compression-Induced Nonplanar Crack Extension With Application to Splitting, Exfoliation, and Rockburst. *Journal of geophysical research*, 87, NO.B8, 6805-6821.
- Nemat-Nasser, S., & Horii, H. (1982). Compression-Induced Nonplanar Crack Extension With Application to Splitting, Exfoliation, and Rockburst. *Journal of geophysical research*, 87(B8), 6805-6821.

- Neverov, S. A. (2012). Types of Orebodies on the Basis of the Occurrence Depth and Stress State. Part I: Modern Concept of the Stress State versus Depth. *Journal of Mining Sciences*, 48(2), 249-259.
- Obert, L., & Duvall, W. (1967). *Rock mechanics and the design of structures in rock*. New York: Wiley.
- Ottavio, G., & Molli, G. (2000). Superimposed brittle structures in the late-orogenic extension of the Northern Apennine: results from the Carrara area (Alpi Apuane, NW Tuscany). *Terra Nova*, 12, 52-59.
- Palmstrom, A. (1995). Characterizing rock burst and squeezing by the rock mass index. *Design and Construction of Underground Excavation* (pp. 1-10). New Delhi: Norwegian Geotechnical Institute.
- Pariseau, W. (1982). Shear stability of mine pillars in dipping seams. *Issues in rock mechanics* (pp. 1077-90). Proc. 23th U.S. symp. rock mech.
- Pelli, F., Kaiser, P., & Morgenstern, N. (1991). An interpretation of ground movements recorded during construction of the Donkin-Morien tunnel. *Can Geotech J*, 28(2), 239-54.
- Perazzelli, P., & Rotonda, T. (2009). Stability analysis of an active marble quarry by DEM modelling. *International Conference on Rock Joints and Jointed Rock Masses*. Tucson, Arizona, USA.
- Pestman, B., & Van Munster, J. (1996). An Acoustic Emission Study of Damage Development and Stress Memory Effects in Sandstone. *Int. J. Rock. Mech. Min.Sci.*, 33(6), 585-593.
- Petit, J., & Barquins, M. (1988). Can natural faults propagate under model II conditions? *Tectonics* 7 (6), 1243-1256.
- Plaxis 2014, *Reference Manual*. (n.d.).
- Potvin, Y., Hudyma, M., & Miller, H. (1989). Rib pillar design in open stope mining. *Can. Inst. Min. Metall. Bull.*(82), 31-6.
- Pritchard, C., & Hedley, D. (1993). Progressive pillar failure and rockbursting at Denison mine. *Proceedings of 3rd International Symposium on Rockburst and Seismicity at Denison Mine, Kingston* (pp. 111-16). Rotterdam : Young RP.
- Rao, Q., Sun, Z., Stephansson, O., Li, C., & Stillborg, B. (2003). Shear fracture (Mode II) of brittle rock. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 40, 355-375.
- Rao, Q., Sun, Z., Stephansson, O., Li, C., & Stillborg, B. (2003). Shear fracture (Mode II) of brittle rock. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 40, 355-375.
- Salamon, M. (1970). Stability, Instability, and Design of Pillar Workings. *Int. J. of Rock Mech. and Min. Sci.*, 7, 613-631.
- Savage, W. Z. (1978). The development of residual stress in cooling rock bodies. *Geophysical Research Letters*, 5(8), 633-636.
- Sheorey, P. (1997). *Empirical rock failure criteria*. Rotterdam: A.A Balkema Publ.
- Sjoberg, J. (1992). Failure modes and pillar behaviour in the Zinkgruvan Mine. *Proc. 33rd U.S.symp. rock mech.* (pp. 491-500). Rotterdam: Tillerson & Wawersik.
- Sjoberg, J., & Klasson, H. (2003). Stress measurements in deep boreholes using the Borre (SSPB) probe. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 40, 1205-1223.
- Sjoberg, J., Christiansson, R., & Hudson, J. A. (2003). ISRM Suggested Methods for rock stress estimation-Part 2: overcoring methods. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 40, 999-1010.
- Sperner, B., Muller, B., Heidbach, O., Delvaux, D., Reinecker, J., & Fuchs, K. (2003). Tectonic Stress in the Earth's crust: advances in the World Stress Map project. *New Insights into Structural Interpretation and Modelling*, 212, pp. 101-116.
- Szwilski, A. (1982). Sizing of chain pillars around longwall panels. *Proc. 1st. int. conf. on stability in underground mining* (pp. 535-58). New York Soc.Min.Engrs, AIME: Brawner.
- Terzaghi, K., & Richart, F. (1952). stresses in rock about cavities. *Geotechnique*, 3, 57-90.
- Tresca, H. (n.d.). *Mémoire sur l'écoulement des corps solides soumis à de fortes pressions* (Vol. 59). Paris: C.R Acad Sci.
- Walton, R., & Worotnicki, G. (1978). Rock stress measurements in the 18CC/12CZ2 crown pillar area of the CSA mine. *NSW. CSIRO Technical report n.38*.
- Wong, R., Tang, C., Chau, K., & Lin, P. (2002). Splitting failure in brittle rocks containing pre-existing flaws under uniaxial compression. *Engineering Fracture Mechanics*, 69, 1853-1871.
- Wong, R., Tang, C., Chau, K., & Lin, P. (2002). Splitting Failure in brittle rocks containing pre-existing flaws under uniaxial compression. *Engineering Fracture Mechanics*, 69, 1853-1871.

- Worotnicki, G., & Walton, R. (1979). Virgin Rock Stress measurements at the Warrego mine. *CSIRO division of Geomechanics, Technical report n. 93*.
- Worotnicki, G. (1993). CSIRO triaxial stress measurements cell. In *Comprehensive Rock Engineering* (Vol. 3, pp. 329-394). Pergamon Press Oxford: ed. J.A Hudson.
- Worotnicki, G., & Walton, R. (1976). Triaxial Hollow Inclusion gauges for determination of rock stresses in-situ. (A. The Institution of Engineers, Ed.) *Supplement to Proc. ISRM Symp. on Investigation of Stress in Rock, Advances in Stress Measurement, Suppl. 1-8*.
- Yu, M.-H., Zan, Y.-W., Zhao, J., & Yoshimine, M. (2002). A Unified Strength criterion for rock material. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 39, 975-989.
- Zhang, L., Cao, P., & Radha, K. C. (2010). Evaluation of rock strength criteria for wellbore stability analysis. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 47, 1304-1316.
- Zhang, X.-P., Wong, L. N., & Wang, S. (2015). Effects of the ratio of flaw size to specimen size on cracking behavior. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment* 74, 181-193.
- Zipf, K. (2001). Towards pillar design to prevent collapse of room-and-pillar mines. *Proceedings of the 108th Annual Exhibition Meeting*. Soc. Min. Metall. Explor. Retrieved from <http://www.cdc.gov/niosh/mining/UserFiles/works/pdfs/tpdtp.pdf>
- Zoback, M. L. (1992). First- and Second-Order Patterns of Stress in the Lithosphere: The World Stress Map Project. *Journal of geophysical research*, 97, 11703-11728.

## Ringraziamenti

L'attività di ricerca svolta è stata finanziata dalla Azienda USL1 di Massa Carrara.

Ringrazio inoltre sentitamente tutte le persone che, a vario titolo, hanno dato il loro contributo allo sviluppo del lavoro, in modo particolare: il Prof. Ing. Diego C. Lo Presti e il Dott. Ing. Nunziante Squeglia dell'Università di Pisa, la WESI Geotecnica Srl nelle persone di Dott. Ing. Martino Leoni, Ing. Lorenzo Leoni e Ing. Ayman Abed, il Prof. Ing. Marco Barla e l'Ing. Giovanni Turinetti del Politecnico di Torino, la Prof.ssa Tatiana Rotonda dell'Università "La Sapienza" di Roma.

Ringrazio inoltre tutti gli amici ed i colleghi del dipartimento di Geotecnica dell'Università di Pisa ed infine un grazie speciale a mio marito ed a tutta la mia famiglia.